DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO - SEGUNDO NIVEL

Primeras Reglas del juego para esta segunda parte:

Acuerdos relativos a los talleres del primer nivel

De acuerdo con el trabajo de los 15 primeros talleres, podemos acordar el significado de cada una de las letras que usamos con las siguientes oraciones:

C: *Hay casa* ; **A:** *Hay árbol* ; **F**: *Hay flor* ; **S**: *Hay sol .*

Una letra o un paréntesis con una raya horizontal encima significa que se niega la oración que puede ser simple o compuesta: $\overline{\mathbf{S}}$ quiere decir *"No hay sol"*, y así con las demás.

Un punto entre dos letras se traduce por una "**y**" entre las dos oraciones y es una operación que forma una oración compuesta. **C·A** significa "*hay casa y hay árbol*" .

Una especie de **v** entre dos letras se traduce por "**o**" pero incluye el caso de que ambas se cumplan a la vez y es otra operación que forma una oración compuesta. Es como si se dijera y/o. A**v**F quiere decir: *"Hay árbol o/y hay flor"*

El significado de las flechas se puede interpretar así: **La flecha sin tachadura** indica que los objetos que aparecen a la derecha corresponden a lo que expresa la letra o las letras que están a la izquierda. **La flecha tachada** indica que los objetos de la derecha no corresponden con lo que expresan las letras de la izquierda.

Acuerdos para los talleres de este segundo nivel.

Puesto que el universo real tiene más de cuatro objetos, para pasar a tenerlos todos en cuenta tenemos que eliminar los dibujos y entendernos solamente con las oraciones y los signos.

Las oraciones que usamos dentro de un universo real y que interesan a la Lógica son las llamadas **proposiciones** y se conocen porque cada una en ese universo siempre es o verdadera o falsa, pero no las dos cosas a la vez. Oraciones imperativas como *"¡Salga de aquí ! ";* oraciones interrogativas como "*¿Dónde está Lulú?"*, frases como *"tarde apacible"* y otras que se les parecen NO son proposiciones y no tienen interés desde el punto de vista Lógico.

Para indicar una proposición se acostumbra usar una letra minúscula. c, a, s, f, p, q, r, ...etc.

El símbolo $\wedge$ entre dos proposiciones reemplaza al punto entre las dos letras de nuestros talleres anteriores y se lee "**y**".

El símbolo $\vee$ entre dos proposiciones se lee **o** y tiene el significado de "y/o"

Verdadera (**V**) y falsa (**F**) son los valores de verdad o valores lógicos. Cada proposición tiene uno solo de estos dos valores.

La negación que se indicaba con la raya horizontal sobre la letra o sobre el paréntesis de una operación, se reemplaza generalmente con el signo " $\neg$" antes de la letra cuando está sola o del paréntesis cuando se niega una operación. Así: **"$\neg$p "** se lee "No p" y en los otros casos: **"$\neg$(p$\wedge$q) "** indica la "negación de (p y q)"; **"$\neg$(p$\vee$q) "** indica la "negación de (p ó q)"

Si una proposición simple o compuesta es verdadera, su negación es falsa y si la proposición es falsa, su negación es verdadera.

Uso de los símbolos de la Lógica

Vas a utilizar los símbolos y acuerdos de los párrafos anteriores. Vuelve a leerlos cada vez que tengas dudas.

1. Lee con atención las siguientes proposiciones y califica cada una con su valor de verdad (escribe V o F al frente)

- p: El 20 de Julio es el día de la Independencia colombiana ____
- q: El 9 de agosto se conmemora la batalla de Boyacá____
- r: El año 1.820 pertenece al siglo XIX____

2. En relación con las anteriores proposiciones, escribe con símbolos o con palabras, lo que corresponde:

$p \wedge q$: ____

________ El año 1.820 pertenece al siglo XIX y el 20 de julio es el día de la independencia colombiana

________ No es cierto que el 9 de agosto se conmemore la batalla de Boyacá

$q \vee r$: ____

$p \wedge \neg q$:____

3. Escribe dentro del paréntesis el valor de verdad de cada una de las siguientes proposiciones derivadas de las anteriores

$\neg p \wedge r$ ( ); $\neg p \vee r$ ( ); $\neg(p \wedge q)$ ( ); $\neg(p \vee r)$ ( ); $\neg(p \wedge \neg r)$ ( ); $\neg(\neg q \vee \neg r)$;

4. Escribe dentro de cada par de paréntesis el valor de verdad de la proposición.

p: Paraguay tiene costa atlántica ( )
q: Quito es una ciudad de Suramérica ( )
r: La rosa es una flor ( )
s: Los gatos son pájaros sin alas ( )

5. Evalúa también las siguientes proposiciones compuestas, que se derivan de las anteriores:

$(p \wedge q) \vee r$ ( ); $(p \wedge q) \vee s$ ( ); $(q \vee r) \wedge s$ ( ); $(q \wedge r) \vee s$ ( );

$\neg(p \wedge s) \wedge r$ ( ); $(p \wedge s) \wedge \neg r$ ( ); $(r \vee s) \vee \neg q$ ( ); $\neg(r \vee s) \vee q$ ( );

$(p \vee q) \wedge (s \vee r)$ ( ); $(p \wedge q) \vee (s \wedge r)$ ( ); $\neg (p \wedge q) \vee (s \vee \neg r)$ ( );

$(p \wedge q) \wedge (s \vee r)$ ( ); $\neg(r \wedge p) \vee (s \wedge q)$ ( ); $\neg(r \vee p) \wedge (s \wedge q)$ ( );

Uso que le daremos a la doble flecha: " ⇔ "

1. Lee los ejemplos con atención:

- a) *Juan Pérez es hijo de Tito Pérez* ⇔ *Tito Pérez es padre de Juan Pérez*
- b) *7 + 3 = 10* ⇔ *10 - 3 = 7*
- c) *Ramón es mayor que Leonel* ⇔ *Leonel es menor que Ramón*

2. Analiza los ejemplos y escribe luego en la raya del final, la letra de la oración que según tu parecer completa mejor la proposición siguiente:

La expresión más apropiada que reemplaza a **"** ⇔ **"** *es* ____________

a. "es lo opuesto de" **b.** "es diferente de" **c.** "es equivalente a"

3. Cuando dos proposiciones están relacionadas de modo que si una de ellas es verdadera la otra también lo es y si una es falsa también la otra es falsa, se dice que son *EQUIVALENTES*

Escribe una proposición equivalente a la que te doy y escribe entre las dos el signo que indica la equivalencia:

Una manzana cuesta el doble que una naranja ________________________________

____

4. Dos proposiciones diferentes deben indicarse con letras diferentes.

¿Cómo lees con palabras completas "p ⇔ q" ? ___________________________________

5. Lee las siguientes proposiciones: (Suponemos que solo hay una María y un Tomás)

- **m**: María es la esposa de Tomás
- **t**: Tomás es el esposo de María

¿Cuál es el sujeto de la proposición m? __________________________

¿Cuál es el sujeto de la proposición t? __________________________

Desde el punto de vista gramatical ¿cómo son entre sí las proposiciones **m, t**,? ___________

Si **m** es Verdadera, ¿cómo es **t**? ____________________

Si **t** es Falsa, ¿cómo es **m**? _____________________

Desde el punto de vista lógico ¿cómo son entre sí las proposiciones **m, t**,? ______________

Uso que le daremos a la flecha sencilla: " $\Rightarrow$ "

1. Analiza los siguientes ejemplos para que deduzcas el significado de la flecha sencilla:

Juan está en la universidad $\Rightarrow$ Juan ya terminó el bachillerato

El doctor Ruiz es profesor de Química $\Rightarrow$ El doctor Ruiz tiene conocimientos de Química

La vaca Pintada tiene un ternero de ocho días $\Rightarrow$ La vaca Pintada da leche

2. ¿Con qué palabras reemplazarías la flecha "$\Rightarrow$"? ______________________________

3. Elige uno de los tres ejemplos anteriores y piensa si las dos proposiciones que lo forman son equivalentes. Explica tu respuesta en los renglones siguientes.

____

____

4. Entre las siguientes, busca proposiciones equivalentes y escribe en el espacio de la derecha las equivalencias usando los símbolos de la Lógica:

p: Lucas es hermano mayor de Pepe.
q: María y Teresa son primas
r: Don Joaquín es tío de Eliseo
v: Pepe juega fútbol
t: Eliseo es sobrino de Don Joaquín
s: La mamá de María es hermana de la mamá de Teresa
m: Pepe es hermano menor de Lucas
u: Pepe forma parte de la selección de fútbol de su colegio

5. Encuentra entre las anteriores proposiciones dos pares que se puedan relacionar con el signo " $\Rightarrow$ " y que NO sean equivalentes. Escribe a continuación esas relaciones usando el lenguaje de la Lógica.

____

6. Inventa a continuación 4 ejemplos de dos proposiciones que se puedan escribir como "p $\Rightarrow$ q" y que NO sean equivalentes. *(Por ahora leeremos "p $\Rightarrow$ q" como **"p entonces q"**)*

____

____

____

____

Primera ley lógica

1. Lee con atención todos los pasos del siguiente ejemplo:

Sea la proposición **p:** *Juan está en el colegio.*
La negación de p es **$\neg$p:** *Juan NO está en el colegio.*
La negación de $\neg$p es **$\neg$($\neg$p):** *NO es cierto que Juan NO está en el colegio*

Si la proposición p es Verdadera, entonces su negación $\neg$p es Falsa y por tanto la negación de ésta que es $\neg$($\neg$p) tiene que ser Verdadera.

Si la proposición p es Falsa, entonces su negación $\neg$p es Verdadera y la negación $\neg$($\neg$p) de ésta tiene que ser Falsa.

Así, siempre se cumple que las dos proposiciones p y $\neg$($\neg$p) tienen el mismo valor de verdad y por tanto son equivalentes: **$\neg$($\neg$p) $\Leftrightarrow$ p**

NO es cierto que Juan NO está en el colegio es equivalente a *Juan está en el colegio.*

2. Indica la negación de las siguientes proposiciones y escríbelas:

- **f** Hay flores en mi jardín: ____
- **c** Hay casa en el dibujo: ____
- **a** Hay árboles en el parque ____

3. Niega la negación de las proposiciones **f** y **a** del ejercicio anterior.

   ¿Qué concluyes? ____________________ ____________________

De los ejercicios anteriores concluimos que siempre, cualquiera que sea la proposición **p** se cumple que **"la negación de la negación de p es equivalente a p".**

Esta es la primera ley lógica. Usando los símbolos que hemos acordado se escribe:

" **$\neg$($\neg$p) $\Leftrightarrow$ p** " y se llama **"Ley de la DOBLE NEGACIÓN"**

4. Escribe una proposición **t**: ____

   Escribe la proposición $\neg$t: ____

   Escribe la proposición **$\neg$($\neg$t)**: ____

   ¿Se cumple la ley de la doble negación? _____

   Escribe la relación con palabras ____

____

Escribe la relación con los símbolos de la lógica _________________

Una proposición lógica, compuesta por varias proposiciones representadas con letras y unidas entre sí con símbolos lógicos, que tenga la propiedad de que cuando se reemplazan las letras por proposiciones reales siempre resulta verdadera aunque algunas o todas esas porposiciones sean falsas, es lo que se llama una LEY LÓGICA.

<u>Valor de verdad de la proposición compuesta **" p $\Leftrightarrow$ q "**</u> (p es equivalente a q)

Una equivalencia entre dos proposiciones es una proposición lógica compuesta que es verdadera cuando las dos proposiciones tienen el mismo valor de verdad.

La Ley de la doble negación es una equivalencia que siempre es verdadera aunque la proposición inicial sea falsa. Lo que esta ley dice es que siempre son equivalentes la doble negación y la proposición inicial. Como ambas tienen siempre el mismo valor de verdad, la equivalencia "$\neg(\neg p) \Leftrightarrow p$" es siempre verdadera y por eso es una ley lógica.

La ley del tercero excluido: **"$p \vee \neg p$"**

Si tenemos una proposición y también su negación, sabemos con certeza que una de las dos es verdadera y la otra falsa; por esta razón la proposición compuesta "**$p \vee \neg p$**" resulta siempre verdadera y en consecuencia es una ley lógica, que lleva el nombre de Ley del tercero excluido.

La ley de la NO contradicción: **"$\neg(p \wedge \neg p)$"**

Si tenemos una proposición y su negación, una de ellas es falsa y por tanto la proposición compuesta $p \wedge \neg p$ es una contradicción porque afirma que se cumplen a la vez una proposición y su negación lo que siempre es falso. La negación de esta proposición compuesta es la proposición compuesta **"$\neg(p \wedge \neg p)$"** que siempre es verdadera y por tanto se convierte en la Ley lógica que se llama Ley de la NO contradicción.

<u>Valor de verdad de la proposición compuesta **" p $\Rightarrow$ q "**</u> (p entonces q)

La proposición $p \Rightarrow q$ *es falsa* solamente cuando ***p*** *es verdadera y* ***q*** *es falsa*. En los demás casos "$p \Rightarrow q$" es verdadera.

Una proposición de la forma $p \Rightarrow q$ se suele llamar *implicación lógica*.

Leyes de descomposición: ***$(p \wedge q) \Rightarrow p$; $(p \wedge q) \Rightarrow q$***

Si la proposición compuesta **$p \wedge q$** es verdadera, entonces se puede asegurar que **p** es verdadera y que **q** es verdadera.

Leyes de composición: ***$q \Rightarrow (p \vee q)$; $p \Rightarrow (p \vee q)$***

Si **p** es verdadera entonces **$p \vee q$** es verdadera. Igualmente, si **q** es verdadera entonces **$p \vee q$** es verdadera.

Equivalencia de la implicación lógica: ***$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)$***

El valor de verdad de la proposición compuesta ***$p \Rightarrow q$*** es igual al valor de verdad de la proposición ***$\neg p \vee q$*** aunque una o las dos proposiciones p, q sean falsas; por consiguiente esta equivalencia siempre es verdadera y constituye una ley lógica.

Escribe dentro de los paréntesis **V** o **F** si puedes deducir el valor de verdad a partir de los datos que te dan. Escribe una interrogación "**?**" cuando no puedas deducir el valor de verdad. Una letra **o** entre dos proposiciones -mientras no se diga otra cosa- tiene el sentido de $\vee$ (o/ y)

1. Si la proposición compuesta *" María vino y Juan se quedó dormido"* es verdadera, entonces qué sabes del valor de verdad de : Juan no se quedó dormido ( ); María vino ( ); Juan se quedó dormido o Francia está en Asia ( ); María no vino o Francia está en Asia ( ).

2. Si la proposición compuesta *"Teresa escribió esa carta o Pepe mintió"* es verdadera, entonces qué sabes del valor de verdad de: Teresa escribió esa carta ( ); Pepe mintió ( ); Teresa no escribió esa carta y Pepe no mintió ( )

3. Suponiendo que todas las proposiciones (a, b, c, d, e, f) que siguen son verdaderas, aplica las leyes lógicas que has conocido hasta ahora para obtener 6 nuevas proposiciones verdaderas derivadas de ellas. Escríbelas en los renglones de abajo e indica la ley que aplicaste en cada caso. Debes usar cada una de las leyes al menos una vez.

a. Tel Aviv es una ciudad de Israel
b. Don Juan García es ganadero y tiene 5 hijos
c. El río Nilo está en Africa o nace en el Himalaya
d. Llueve entonces habrá buena cosecha
e. Italia no está en el trópico
f. Pedro está enfermo entonces Pedro faltará a la escuela

____

____

____

____

____

____

____

____

____

4. Evalúa las siguientes proposiciones derivadas de las del ejercicio anterior.

Italia está en el trópico o el río Nilo nace en el Himalaya ( )

Don Juan García tiene 5 hijos o Italia está en el trópico ( )

Pedro no está enfermo o faltará a la escuela ( )

Llueve o no llueve ( )

Italia está en el trópico e Italia no está en el trópico ( )

Las leyes de Morgan

Son dos leyes lógicas muy útiles cuando se quiere encontrar equivalentes para proposiciones que se obtienen por negación de proposiciones compuestas.

Primera ley de Morgan: $\neg(p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$

Aplica esta ley para encontrar la negación de las proposiciones compuestas que siguen. La primera va como ejemplo. (¡Ojo! Todas comienzan con las palabras "la negación de:")

La negación de:

1. *María vino y Juan se quedó dormido* es: *María no vino o Juan no se quedó dormido.*

2. *Peter Pan es de un cuento y Superman es de la vida real* es: ________________________

____

3. *El Nilo es un río de Africa y Francia no está en Asia* es: _____________________________

____

4. *3+5 es igual a 8 y 54x26es igual a 80* es: ____

____

5. *20 es mayor que 11 y 50 es menor que 45* es: _____________________________________

____

Segunda ley de Morgan: $\neg(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$

Aplica esta ley para encontrar la negación de las proposiciones compuestas que siguen. La primera va como ejemplo. (¡Ojo! Todas comienzan con las palabras "la negación de:")

La negación de:

1. *Luis llamó o Teresa salió* es: *Luis no llamó y Teresa no salió.*

2. *Alfredo es futbolista o Gustavo es ciclista* es: _____________________________________

____

3. *Gibraltar no es España o Japón está en Asia* : _____________________________________

____

4. *4x5 es igual a 12 o 34+36 es igual a 70* es: ______________________________________

____

5. *78 no es menor que 49 o 12 es mayor que 7* es: ___________________________________

____

Implicación lógica e implicaciones derivadas

Por la importancia que tiene en los procesos demostrativos y argumentativos, es muy importante mirar con detenimiento los principales conceptos vinculados con la implicación.

Una **implicación lógica** es un enunciado compuesto por dos proposiciones lógicas enlazadas por las palabras "Si... entonces..." u otras que tengan el mismo sentido. La proposición que precede al "entonces" se llama el **antecedente** y la que le sigue se llama el **consecuente** y no se pueden intercambiar sin que se altere el sentido.

Algunas proposiciones, aunque no estén separadas constituyen una implicación. Por ejemplo la proposición *"Los gatos son felinos"* es equivalente a la implicación: *"Si es gato, entonces es felino"*

$\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{q}$, aunque siempre tiene el sentido condicional del *"Si se cumple lo que dice p entonces se cumplirá necesariamente lo que dice q"*, se lee simplemente *"p entonces q".*

La implicación lógica "$p \rightarrow q$" es falsa en el único caso de que "p" sea verdadera y "q" sea falsa, y es verdadera en todos los demás casos (tres de cuatro posiblilidades). Esto significa que si "p" es falsa la implicación siempre es verdadera. Por eso implicaciones verdaderas como *"Si ese vidrio de botella es un diamante, entonces yo soy la mamá de Tarzán"*, significan que a partir de algo falso está permitido sacar cualquier conclusión, lo que no nos sirve de mucho, pues no se puede saber cuál es el valor de verdad de esa conclusión. (puede que sea o que no sea la mamá de Tarzán). De modo que para deducir o demostrar verdades no tienen utilidad las implicaciones que parten de antecedente falso.

Por el contrario si se parte de algo verdadero y el raciocinio es válido, la conclusión es necesariamente verdadera, y en esta condición es donde reside la utilidad de la implicación lógica para avanzar en el descubrimiento de verdades nuevas a partir de verdades conocidas.

Implicaciones derivadas de $\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{q}$

A partir de una implicación se pueden obtener otras cambiando la posición o negando sus componentes. Los valores de verdad de las nuevas implicaciones pueden ser o NO ser iguales al valor de la implicación inicial.

Implicación inicial: $\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{q}$; Implicación contraria: $\neg \mathbf{p} \rightarrow \neg \mathbf{q}$
Implicación recíproca: $\mathbf{q} \rightarrow \mathbf{p}$; Implicación contrarrecíproca: $\neg \mathbf{q} \rightarrow \neg \mathbf{p}$

<u>Ejercicios</u>

Con las siguientes proposiciones, construye 3 implicaciones verdaderas.

1. Luis es colombiano; Colombia está en el polo norte. En el Sahara viven africanos. Hay dinosaurios vivos en el Sahara. Luis es suramericano. Los dinosaurios murieron hace 50 millones de años. El Sahara es un desierto de Africa.

2. Construye las implicaciones contraria, recíproca, y contrarecíproca de la implicación: *"Toño es bogotano, entonces Toño es colombiano"* y evalúa lógicamente todas estas implicaciones.

3. Escribe el valor de verdad de cada implicación dentro del paréntesis que le sigue:

$3+6=9 \rightarrow 9-6=3$ ( ); $3+6=9 \rightarrow 9-6=1$ ( ); $15<9 \rightarrow 5+7=8$ ( ); $15<9 \rightarrow 5+7=12$ ( );

Si Pepe es español $\rightarrow$ Pepe es europeo ( ); Si Alí es africano $\rightarrow$ Alí es egipcio ( )

Silogismos

Los silogismos son leyes lógicas que se emplean en demostraciones y argumentaciones.

Todos tienen la estructura de una implicación lógica cuyo antecedente es una proposición compuesta de la cual se sabe que es verdadera y cuyo consecuente o conclusión es una proposición necesariamente verdadera.

El antecedente de un silogismo está formado por dos o más premisas las que a su vez son proposiciones simples o compuestas.

Las formas más usuales y simplificadas de los silogismos fueron formuladas por Aristóteles en su tratado de la Lógica. Se exponen a continuación.

Silogismo directo: "Ponendo Ponens" $[(\mathbf{p} \to \mathbf{q}) \wedge \mathbf{p}] \to \mathbf{q}$
(Se puede traducir como: "Afirmando afirmas")

Las premisas son dos: La primera es la verdad de la implicación $\mathbf{p} \to \mathbf{q}$ que puede ser de carácter general y la segunda es la verdad de **p**, que puede estar aplicada a un caso particular. De ellas se deriva necesariamente la verdad de **q** para el caso de que se trata.

Estudiemos el siguiente ejemplo:

1. Si una persona recibe dinero prestado, debe pagar.
2. Juan recibió dinero prestado.
3. Juan debe pagar.

Podemos llamar las proposiciones así:
p: Una persona recibe dinero prestado
q: Una persona tiene que pagar

$$\begin{array}{l} \mathbf{p} \to \mathbf{q} \\ \underline{\mathbf{p} \qquad\quad} \\ \qquad\quad q \end{array}$$

La primera premisa (1) es: $p \to q$
La segunda premisa (2) es la proposición **p** aplicada a Juan.
La conclusión (3) es la proposición **q** aplicada a Juan.

De esta forma, si se acepta la verdad de las premisas (1) y (2), se tiene que aceptar forzosamente la verdad de la conclusión (3). Es como hacer una suma. Si se aceptan los sumandos y la operación se realiza correctamente, se tiene que aceptar el resultado.

Saque la conclusión de las siguientes premisas usando el silogismo Ponendo Ponens:

1. Todo insecto tiene seis patas. La mariposa es un insecto. Entonces: __________________

2. Los futbolistas tienen pies fuertes. Mario es futbolista. Entonces: ____________________

3. Una montaña de más de 6.000 metros de altura siempre está nevada. El Aconcagua tiene 6.959 metros de altura, entonces: ____

4. Si $a+b=c \to c-b=a$; $12+9=21$, entonces: ____

5. Si $a < b \to b > a$; $15 < 23$, entonces: ____

Silogismo disyuntivo: "Tollendo Ponens" $[(p \vee q) \wedge \neg p] \rightarrow q$, o, $[(p \vee q) \wedge \neg q] \rightarrow p$
(Se puede traducir como: "Negando afirmas")

Las premisas son dos: La primera es la verdad de $p \vee q$ y la segunda es la negación de una de las dos. De esas dos se deriva necesariamente la verdad de la otra proposición.

Estudiemos el siguiente ejemplo:

1. José estuvo en la iglesia a la hora indicada o José miente.
2. José no miente.
3. José estuvo en la iglesia a la hora indicada.

Podemos llamar las proposiciones así:
p: José estuvo en la iglesia a la hora indicada
q: José miente

La primera premisa (1) es: $p \vee q$
La segunda premisa (2) es la negación de q: $\neg q$.
La conclusión (3) es la verdad de **p**.

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \underline{\quad \neg q} \\ p \end{array}$$

De esta forma, si se acepta la verdad de las premisas (1) y (2), se tiene que aceptar forzosamente la verdad de la conclusión (3). Si se acepta que son verdaderas las premisas, esto es que José estuvo en la iglesia o miente, y que José no miente, entonces es forzoso aceptar que José estuvo en la iglesa a la hora indicada.

Saque la conclusión de las siguientes premisas usando el silogismo disyuntivo: Tollendo Ponens:

1. El Chato se robó la cartera o lo hizo el Cojo . El Chato no se robó la cartera. Entonces:

____

2. Consiguió empleo o se fue de vacaciones. No se fue de vacaciones. Entonces:

____

3. Don Pedro murió solo o Luis estaba con él. Luis estaba en otro pueblo a la hora en que murió don Pedro.
Entonces: ____

4. La ciudad de Curitiba está en Paraguay o en Brasil. En Paraguay no hay ninguna Curitiba.

Entonces: ____

5. María gana más de medio millón al mes o no puede pagar ese arriendo. María gana 350.000 al mes.
Entonces: ____

6. Jorge habla inglés o no le dan la gerencia de la Compañía. Le dan la gerencia de la Compañía.
Entonces:____

Silogismo indirecto: "Tollendo Tollens" $[(p \rightarrow q) \wedge \neg q] \rightarrow \neg p$

(Se puede traducir como: "Negando niegas")

Las premisas son dos: La primera es la verdad de la implicación $\mathbf{p \rightarrow q}$ y la segunda es la negación del consecuente: $\neg \mathbf{q}$. De esas dos se deriva necesariamente la negación del antecedente: $\neg \mathbf{p}$

Estudiemos el siguiente ejemplo:

1. Todo bogotano es colombiano.
2. Roberto no es colombiano
3. Roberto no es bogotano.

$$\begin{array}{r} p \rightarrow q \\ \neg q \\ \hline \neg p \end{array}$$

Podemos llamar las proposiciones así:
p: Alguien es bogotano
q: Alguien es colombiano

La primera premisa (1) es: $p \rightarrow q$
La segunda premisa (2) es la negación de q: $\neg \mathbf{q}$ para el caso de Roberto
La conclusión (3) es la negación de **p** para el caso de Roberto.

De esta forma, si se acepta la verdad de las premisas (1) y (2), se tiene que aceptar forzosamente la verdad de la conclusión (3). Si se acepta que son verdaderas las premisas, esto es que si alguien es bogotano entonces es colombiano, y que Roberto no es colombiano, entonces es forzoso aceptar que Roberto no es bogotano.

Saque la conclusión de las siguientes premisas usando el silogismo: Tollendo Tollens:

1. Todo ladrón es mentiroso . Fulgencio no es mentiroso. Entonces:

____

2. Si Don Joaquín se curó de su mal está en la costa. Don Joaquín no está en la costa.

Entonces: ____ __________

3. Si el río suena, arrastra piedras. El río Cauca no arrastra piedras. Entonces: ___________

____

4. Todo boxeador puede golpear con fuerza. Polón no puede golpear con fuerza.

Entonces: ____

5. Si alguien gana más de un millón al mes no pasa hambre. Melba pasa hambre.

Entonces: ____

6. Si la ecuación está bien resuelta su solución cumple las condiciones del problema. La solución no cumple las condiciones del problema, Entonces:_____________________ ______

Silogismo transitivo: $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge p] \rightarrow r$

Las premisas en este silogismo son tres: La primera es la verdad de la implicación **p→q**, la segunda es es la verdad de la implicación **q→r**, y la tercera es la verdad de **p**. De esas tres se deriva necesariamente la verdad de **r**.

Estudiemos el siguiente ejemplo:

1. Todo bogotano es colombiano.
2. Todo colombiano es suramericano
3. Hugo es bogotano.
4. Hugo es suramericano

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ p \\ \hline \quad r \end{array}$$

Podemos llamar las proposiciones así:
p: Alguien es bogotano
q: Alguien es colombiano
r: Alguien es suramericano

La primera premisa (1) es: **p → q**
La segunda premisa (2) es **q → r**
La tercera premisa (3) es la verdad de **p** para el caso de Hugo
La conclusión (4) es la verdad de **r** para el caso de Hugo.

De esta forma, si se acepta la verdad de las premisas (1), (2) y (3) se tiene que aceptar forzosamente la verdad de la conclusión (4). Si se acepta que son verdaderas las premisas, esto es que: *si alguien es bogotano entonces es colombiano*, que *si alguien es colombiano entonces es suramericano*, y que *Hugo es bogotano*, entonces es forzoso aceptar que *Hugo es suramericano.*

Saque la conclusión de las siguientes premisas usando el silogismo transitivo.

1. Todo ladrón es mentiroso . Todo mentiroso siente temor. Pancho es ladrón. Entonces:

____

2. Si es perro, es mamífero. Si es mamífero, es vertebrado. Roco es perro. Entonces:

____

3. Si es doctor entonces es profesional. Si es profesional asistió a la Universidad. Juan Pérez es doctor.
Entonces: ____

4. Si ganó una medalla de oro es gran deportista. Si es gran deportista se mantiene en forma. Doris ganó una medalla de oro.

Entonces: ____

5. Si adquiere un crédito debe tener respaldo. Si tiene respaldo puede invertir. Helí adquiere un crédito. Entonces:

____

Tablas de Verdad para demostrar leyes lógicas.

Si se quiere demostrar que una proposición compuesta es una ley lógica, esto se puede lograr en una forma fácil y mecánica evaluándola para todas las posibles combinaciones de los valores de verdad de las proposiciones que intervienen. Si en todos los casos la conexión principal de la proposición resulta verdadera, entonces se trata de una ley lógica o *TAUTOLOGÍA*. La evaluación de todos los casos posibles se llama una *Tabla de Verdad*.

Pasos para construir una tabla de verdad.

1. Escribir la proposición que se quiere evaluar
2. Identificar la conexión principal y las conexiones secundarias.
3. Identificar cuántas proposiciones simples diferentes intervienen.
4. Calcular el número de renglones de la tabla así: Si entra una sola proposición: 2 renglones. Si entran 2 proposiciones: 4 renglones. Si entran 3 proposiciones: 8 renglones.
5. Asignar los valores de verdad a las proposiciones simples: Si son 3 entonces los 8 renglones se llenan de la siguiente forma: A la primera proposición se le dan cuatro valores V seguidos y a continuación 4 valores F seguidos. A la segunda se le dan 2 valores V, 2 valores F, otros 2 V y otros 2 F. A la tercera proposición se dan alternados V, F cuatro veces.
6. Evaluar en cada renglón las proposiciones, comenzando por las partes más simples hasta llegar a la conexión principal, de acuerdo con las reglas de cada conexión.
7. Al terminar, si debajo de la conexión principal todos los resultados son V, entonces es una ley lógica o tautología. Si aparece al menos un caso con F, no es tautología ni ley lógica.

Reglas de las conexiones lógicas.

p	$\neg$p
V	F
F	V

p	$\wedge$	q
V	**V**	V
V	**F**	F
F	**F**	V
F	**F**	F

p	$\vee$	q
V	**V**	V
V	**V**	F
F	**V**	V
F	**F**	F

p	$\rightarrow$	q
V	**V**	V
V	**F**	F
F	**V**	V
F	**V**	F

p	$\leftrightarrow$	q
V	**V**	V
V	**F**	F
F	**F**	V
F	**V**	F

Ejemplo de una Tabla de Verdad.

Veamos los pasos para hacer la tabla de verdad de la proposición $[p\wedge (p\vee q)] \leftrightarrow p$

1.

[p	$\wedge$ (p	$\vee$ q)]	$\leftrightarrow$ p
V	V	V	V
V	V	F	V
F	F	V	F
F	F	F	F

2.

[p	$\wedge$ (p	$\vee$	q)]	$\leftrightarrow$ p
V	V	**V**	V	V
V	V	**V**	F	V
F	F	**V**	V	F
F	F	**F**	F	F

3.

[p	$\wedge$	(p	$\vee$	q)]	$\leftrightarrow$ p
V	**V**	V	**V**	V	V
V	**V**	V	**V**	F	V
F	**F**	F	**V**	V	F
F	**F**	F	**F**	F	F

4.

[p	$\wedge$	(p	$\vee$	q)]	$\leftrightarrow$	p
V	**V**	V	**V**	V	**V**	V
V	**V**	V	**V**	F	**V**	V
F	**F**	F	**V**	V	**V**	F
F	**F**	F	**V**	F	**V**	F

1. Se ponen los valores de p y de q debajo de las letras. 2. Se evalúa ($p\vee q$). 3. Se evalúa p $\wedge$ el resultado anterior. 4 Se evalúa la equivalencia lógica entre la última evaluación del lado izquierdo y el lado derecho. El resultado muestra que sí es TAUTOLOGÍA
Todos los pasos deben hacerse en la misma tabla.

Ejercicios.

1. En una hoja cuadriculada haz una tabla ordenada con todos los casos de asignación de los valores de verdad para 3 proposiciones **p, q, r** (8 casos) y para 4 proposiciones **p, q, r, s** (16 casos). El ejemplo anterior, en las dos filas centrales del paso 1, muestra el caso de los valores de verdad para 2 proposiciones **p, q** (4 casos).

2. Haz la tabla de Verdad de la siguientes proposiciones y escribe en cada caso si se trata o no de una ley lógica (o tautología).

$[p \vee (p \wedge q)] \leftrightarrow p$ $\quad$ $[p \vee (q \wedge \neg p)] \leftrightarrow [(p \vee \neg q) \wedge p]$

$[(p \wedge q) \vee (p \wedge r)] \leftrightarrow [p \vee (q \wedge r)]$ $\quad$ $\neg(p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$

$[(p \wedge q) \vee (p \wedge r)] \leftrightarrow [p \wedge (q \vee r)]$ $\quad$ $\neg(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$

Aplicación de leyes lógicas para demostrar y argumentar.

Cuando se tienen varias premisas -o proposiciones que se sabe son verdaderas- y se quiere sacar las conclusiones derivadas de ellas, se pueden aplicar una o varias leyes lógicas, en forma repetida si fuere necesario, para construir nuevas proposiciones simples o compuestas que sean verdaderas y que conduzcan a conclusiones útiles en forma totalmente lógica.

Por ejemplo:

Se sabe que las siguientes proposiciones son verdaderas: (premisas)

1. La tarde del domingo golpearon a Juan
2. Si alguien estaba en B no pudo ver la pelea
3. Juan estuvo toda la tarde del domingo en A con Carlos y Pedro
4. Toño estuvo con Luis en B toda la tarde del domingo
5. María estuvo con Rosa en B todo el día
6. Pedro dijo que Toño golpeó a Juan
7. Rosa dijo que vió a Carlos golpear ese domingo a Juan en A

De ellas, aplicando leyes lógicas ya conocidas se pueden obtienen como verdaderas:

	El domingo de los hechos:	
De 3 salen tres proposiciones:	Juan estuvo en A toda la tarde	(8)
	Carlos estuvo en A toda la tarde	(9)
	Pedro estuvo en A toda la tarde	(10)
De 4 salen dos proposiciones:	Toño estuvo en B toda la tarde	(11)
	Luis estuvo en B toda la tarde	(12)
De 5 salen dos proposiciones:	María estuvo en B todo el día	(13)
	Rosa estuvo en B todo el día	(14)
1 y 8 llevan a:	Juan fue golpeado en A	(15)
2 y 14 llevan a:	Rosa no pudo ver la pelea	(16)
16 y 7 llevan a:	Rosa miente	(17)
11 y 6 llevan a:	Pedro miente	(18)

De esta forma podemos concluir que: *Juan fue golpeado en A y que Rosa y Pedro mienten.* Pero no se puede concluir nada acerca de quién golpeó a Juan.

Ejercicio 1. Anotar al frente de cada número del 8 al 18 del ejemplo anterior cuál fue la ley lógica utilizada para sacar esa conclusión.

Ejercicio 2. Sacar las conclusiones que se deriven lógicamente de las siguientes premisas y anotar la ley que justifica cada una:

1. Si Juanito no pierde el año entonces podemos ir de vacaciones.
2. Arreglan la escuela y cambian a la profesora
3. No podemos ir de vacaciones.
4. Si Juanito pierde el año o no cambian a la profesora entonces tendremos que estudiar en vacaciones.

Ejercicios de aplicación de leyes lógicas.

Un razonamiento es válido solamente si es un razonamiento sometido a las leyes lógicas. En el caso contrario es un razonamiento inválido, por tanto no se puede aceptar porque no se sostiene, no convence.

I. Representar en lenguaje lógico y decir si el razonamiento en cada caso es válido o no y explicar por qué:

1. María vino y la casa está en desorden,
   entonces, María vino.

2. Si María vino entonces la casa está en desorden
   La casa está en desorden
   entonces, María vino

3. El perro es azul o Juan está dormido
   Juan no está dormido
   entonces, el perro es azul

4. El perro es azul o Juan está dormido
   Juan está dormido
   entonces, el perro no es azul

5. Si Hoy es viernes entonces se va la luz
   Hoy no es viernes
   entonces, la luz no se va

6. Si el niño duerme, sales de compras
   Si sales de compras, traes el almuerzo
   entonces,
   Si el niño duerme, traes el almuerzo

7. La velocidad ocasiona accidentes
   La velocidad acorta el tiempo de espera
   entonces,
   Los accidentes acortan el tiempo de espera

8. Si José es el mayor entonces ella tiene menos de cuarenta.
   Si ella tiene menos de cuarenta es mi vecina
   Ella no es mi vecina, luego José no es el mayor.

9. Si el salario sube, los precios se disparan
   Si la inflación es grande, el salario sube
   La inflación es grande, entonces los precios se disparan

10. Si el salario sube, los precios se disparan
    Si el salario sube, la inflación es grande
    La inflación es grande, entonces los precios se disparan

11. Aumenta la producción o disminuye la población
    La población no disminuye, entonces la producción aumenta
12. La producción aumenta o la población disminuye
    La población disminuye, entonces la producción no aumenta.

13. Si Pepe ganó el partido, Luis jugó mal
Si Luis ganó el partido, Jorge le ayudó
Jorge no le ayudó, entonces Pepe ganó el partido.

14 Si Pepe ganó el partido, Luis jugó mal
Si Luis ganó el partido, Jorge le ayudó
Pepe no ganó el partido, entonces Luis jugó bien.

II. Sacar las conclusiones lógicas que se deduzcan del sistema de premisas.

1. Si mi mamá va al mercado, compra zanahorias
Si hoy es jueves, mi mamá va al mercado
Me gustan las zanahorias

2. Si los aguacates están baratos, compraré dos aguacates
Si tengo $100 me alcanza para tres
Los aguacates están baratos

3. Juanita hace la tarea y Teresa se la copia
Si Teresa se copia la tarea, no aprende
Juanita no hace la tarea

4. Pago el teléfono o pago la luz
No pago la luz

5. Pago el teléfono o pago la luz
Pago la luz

6. Si mi papá se entera entonces se disgusta y se va
Si mi papá se va me da mucho miedo
Si mi papá se disgusta me regaña
Mi papá se entera

7. Si el día es caluroso voy al río o lavo la ropa
Si lavo la ropa no puedo cambiarme
La ropa mojada no se puede guardar
Si voy al río veré el atardecer
Me puedo cambiar

8. Si usted me da 5.000 pesos le vendo mi pelota
Si usted no me da 5.000 pesos no puedo pagar mi deuda
Si no puedo pagar mi deuda mi padre se enfurecerá
Mi padre no se enfurecerá

9. Si apruebo Matemáticas e Inglés pasaré el año
No pasaré el año

Ejercicios de aplicación de leyes lógicas.

ACERTIJOS

Los problemas siguientes pertenecen a la clase llamada de "Acertijos lógicos". Trata de resolverlos todos pero dándote el tiempo que necesites para pensarlos bien.

1. Cierta convención reunía a cien políticos. Cada político era o bien honesto o bien deshonesto y se tienen los datos siguientes:
a) Al menos un político es honesto.
b) Dado cualquier par de políticos, al menos uno es deshonesto.
Se puede determinar con estos datos cuántos políticos de cada clase había en la reunión?

2. En cierta asociación cada miembro era católico o protestante.Un día uno de los católicos decidió hacerse protestante y después de que esto hubiera sucedido, el número de católicos fue igual al número de protestantes. Poco tiempo después el nuevo protestante decidió hacerse católico otra vez y convenció a otro protestante de que se cambiara. Cuando esto se cumplió, el númeo de católicos llegó a ser el doble del número de protestantes. Cuántos socios son en total?

3. A, B, C, son tres lógicos perfectos. Cada uno puede deducir instantáneamente todas las conclusiones de cualquier conjunto de premisas, y cada uno sabe que los otros dos están igualmente preparados.. A los tres se les mostraron siete sellos: dos amarillos, dos rojos y tres verdes. Se les taparon los ojos, les pegaron un sello en la frente a cada uno y guardaron los otros sellos en un cajón. Luego les destaparon los ojos.
Se le preguntó primero a A:
Sabe un color del sello que con seguridad usted no pueda tener?
Respondió "NO"
Repitieron la pregunta a B
Respondió "NO"
Puede determinar a partir de esta información el color de alguno de los sellos que les fueron puestos a los lógicos. A cuál?.

4. Un explorador cae en poder de una tribu de caníbales tal que sus miembros están totalmente divididos en dos bandos: uno que tiene como práctica permanente decir solo la verdad y el otro que siempre dice lo contrario de lo que sabe, en todos los asuntos en los cuales no es evidente la mentira. (Si es de día, no va a decir que es de noche porque se pone en evidencia como mentiroso). El explorador será devorado a menos que con una sola pregunta hecha a cualquiera de los miembros de la tribu y la respectiva respuesta, identifique el bando al cual pertenece el interrogado. Qué preguntará para salvar su pellejo?.

5. Un encuestador llega a la casa de los Pérez y pregunta al padre de familia sobre la edad de sus tres hijas. El contesta:" La suma de sus edades es trece años, y el producto es igual al número de la casa del frente". El encuestador regresa después de mirar el número y de hacer algunas cuentas y dice que le faltan datos para poder determinar las edades. El señor Pérez le dice "La mayor tiene los ojos azules". "Suficiente", contesta el encuestador y se retira. Cuál es el número de la casa del frente y cuáles las edades de las niñas?.

6. Un comerciante en piedras preciosas tiene ante sí un cargamento de perlas consistente en nueve sacos de este fino producto. El comprador sabe que uno de los sacos contiene solo perlas falsas y los demás solo perlas verdaderas, y que en apariencia son exactamente iguales salvo por el peso, pues una perla falsa pesa veinte gramos, mientras que una verdadera solamente diez. Los sacos tienen diferentes cantidades de perlas y el comprador

tiene una sola oportunidad para hacer uso de una balanza e identificar el saco de las perlas falsas. Cómo puede lograrlo?.

7. José y María hacen una apuesta en presencia de sus compañeros: María debe sacar -con los ojos vendados- una bola de dos que José ha puesto en una bolsa. Las bolas son una negra y una blanca. Si María saca la bola negra, gana José, si saca la blanca, gana ella. Pero sucede que José hace trampa y cambia la bola blanca por otra negra de modo que solo hay dos bolas negras en la bolsa. María es avisada de la falsedad cuando ya no puede retractarse del juego. Sin poner en evidencia a José, María gana la apuesta. Cómo lo hace?.

8. Un cazador divisó un oso parado a 100 metros al Este del punto en donde él se encontraba. Para evitar que el oso lo descubriera, el cazador corrió 100 metros directamente hacie el Norte. E oso no se había movido y ahora se encontraba 100 metros al Sur de la nueva posición del cazador. De qué color era el oso?

9. De 12 monedas en apariencia iguales que Toño tiene, una es falsa y se conoce porque pesa un poco más ó un poco menos que una verdadera. Cuál es el mínimo número de pesadas que debe hacer Toño en una balanza de dos platillos para identificar la moneda falsa?

10. Todos los animales de Pepe menos 2 son loros, todos menos 2 son perros y todos menos 2 son gatos. ¿Qué animales tiene Pepe?

11. Cuatro atletas llamados Arturo, Beto, Carlos y Diego salieron en una carrera de 5.000 metros. Al final dijeron lo siguiente:
Arturo: "No llegué ni de primero ni de último"
Beto: " Yo NO llegué de último"
Carlos: " Yo llegué de primero"
Diego: "Yo llegué de último"
Se sabe que lo que dijo uno de ellos es falso y lo que dijeron los otros 3 es verdadero.
¿Quién ganó la carrera?

12. Cuatro jóvenes se encontraban jugando a las tapas. Sus nombres son Gregorio, Héctor, Ignacio, y Juan. Uno de ellos tenía 9 tapas, otro 15 y los otros dos 12 cada uno. Las edades (no en orden) de los jugadores son: 3, 10, 18, y 17 años.
Gregorio tiró antes que Héctor y que Juan.
Juan es mayor que el de las 15 tapas.
Héctor tenía menos de 15 tapas.
Juan tiró antes que Héctor e Ignacio después de Héctor.
Si Ignacio es el de 10 años, entonces no tenía 15 tapas.
Gregorio y Juan juntos tenían número par de tapas.
El más joven no es el de las 15 tapas.
Si Héctor es uno de los de las 12 tapas, entonces Héctor no es el menor.
El niño de 10 años tiró después del de 17 años.
¿En qué orden tiraron y cuál es la edad y el número de tapas de cada uno?

13. El jefe de una pandilla de muchachos dió la orden de "abstenerse de actuar".
Alguno de la pandilla robó una cartera a una señora que armó terrible griterío.
La policía los acorraló a todos y los detuvo.
El jefe que quedó libre y era buen lógico escuchó las declaraciones de los muchachos y supo cuál pudo ser el ladrón. Ellos dijeron:
Arturo: "Fue Benito ó fue Carlos"
Benito: "Ni Francisco ni yo lo hicimos"
Carlos: "Ustedes dos están mintiendo"

Daniel: "No, uno de ellos miente, el otro no”
Francisco: "Es cierto lo que dice Daniel".
Si lo que tres dicen es verdad y lo que los otros dos dicen es falso,
¿Quiénes dicen falsedad? ¿Quién pudo ser el ladrón? ¿Se puede probar? ¿Cómo?

14. Para mejorar tu habilidad lógica, juega a Picas y Flamas, con diferentes estrategias y diferentes compañeros. Trata de encontrar una estrategia ganadora. Cuando seas muy hábil organiza un campeonato.

PICAS Y FLAMAS

Para dos jugadores: A, B, cada uno con una hoja de papel y un lápiz

A: sin que B lo vea, escribe el número SECRETO de 4 dígitos que no comience por 0 ni tenga dígitos repetidos .
B: dice un número de 4 dígitos tratando de adivinar el que escribió A. (puede escribirlo en su hoja)

cada dígito del número que dice B que coincida con alguno de los del SECRETO pero que esté en lugar diferente es **PICA**
cada dígito del número que dice B que coincida con alguno de los del SECRETO y que esté en el mismo lugar es **FLAMA**

A Escribe el número que dijo B. Lo compara con su número secreto y comunica a B cuántas picas y cuántas flamas logró.
B Dice otro número y espera la respuesta de A.
....
Cuando B encuentra el número de A, se cuentan los números que dijo antes de resolverlo. Se cambian los papeles. Gana el que tenga que decir menos números.