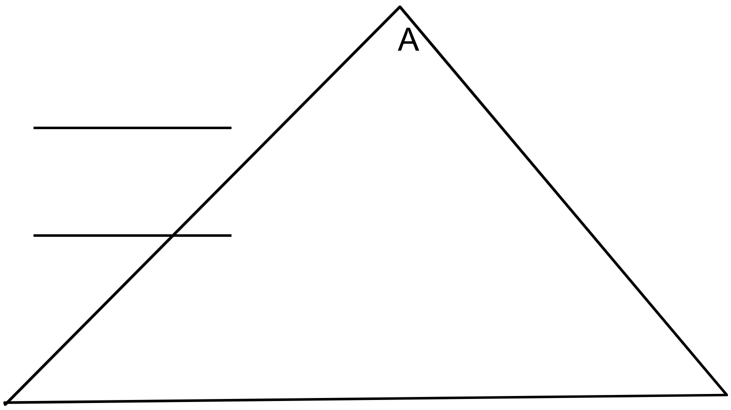
Tema: ÁNGULOS DE UN TRIÁNGULO Hoy es ____________________

1. Mide cada uno de los ángulos del triángulo ABC, escribe esas medidas y súmalas



A

El ángulo A mide ___________

El ángulo B mide ___________

El ángulo C mide ___________

Los 3 ángulos suman_________

B C

2. Dibuja otro triángulo, como lo quieras hacer, y repite el ejercicio 1.

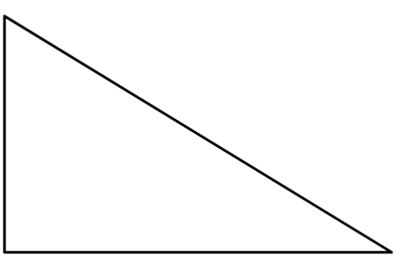
____

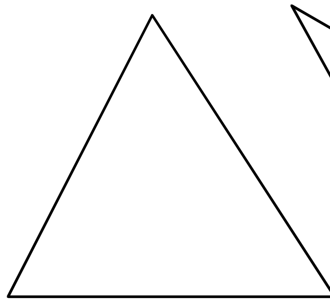
____

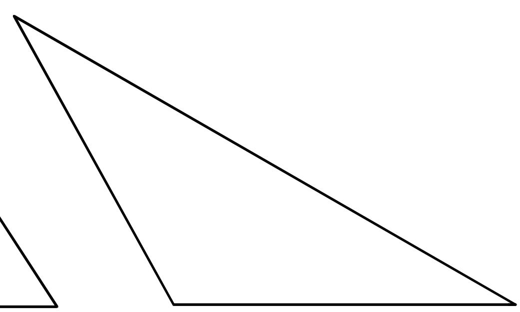
____

____

3. Rápidamente mide y suma los ángulos de los siguientes triángulos. Escribe cada medida dentro del ángulo y la suma de los tres debajo del triángulo.



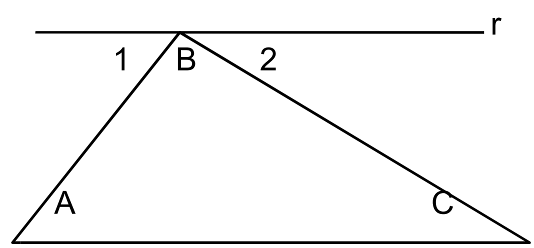




__________ __________ __________

Cuando medimos algo, a veces no nos resulta exacto, porque usamos aparatos poco precisos.

Es muy importante que sepas que si se miden con exactitud los tres ángulos de un triángulo y se suman, siempre va a resultar que esa **<u>suma es igual a 180º.</u>**



Fíjate por qué esto siempre es cierto:

Para ayudarnos trazamos por el vértice B una recta r, paralela al lado AC.

Miramos todos los ángulos que hay:

El ángulo 1 es igual al ángulo A porque son alternos internos. (¿Lo recuerdas?)

El ángulo 2 es igual al ángulo C porque también son alternos internos.

Los tres ángulos de arriba suman un ángulo llano: $\underline{\hat{1} + \hat{B} + \hat{2} = 180º}$ (I)

(El angulito encima es para evitar equivocaciones y saber que se trata del nombre de un ángulo: $\hat{1}$ quiere decir ángulo 1,... etc.)

Puesto que el ángulo A es igual al ángulo 1, se puede reemplazar uno con el otro, y lo mismo el ángulo B con el ángulo 2, entonces, la igualdad que marcamos (I) se convierte en:

$$\underline{\boldsymbol{\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180º}}$$

Y esta es la suma de los tres ángulos del triángulo.

Lo que hicimos con este triángulo lo podemos hacer con cualquiera otro, y siempre se van a cumplir esas igualdades, entonces podemos asegurar que:

<u>La suma de los tres ángulos de un triángulo es siempre igual a un ángulo llano</u>.

4. Vuelve a leer la prueba de la suma de los tres ángulos de un triángulo. Pinta aquí otro triángulo, y haz todos los pasos, sin mirar lo de arriba, hasta que te lo grabes muy bien.

____

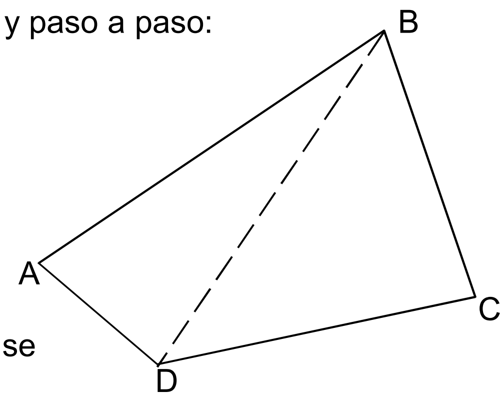
____

____

____

Tema: ÁNGULOS DE UN CUADRILÁTERO Hoy es ____________________

Observa el cuadrilátero ABCD: Lee con atención y paso a paso:



Trazamos la recta BD y vemos que se forman dos triángulos: ABD y CBD.

El ángulo D del cuadrilátero se repartió entre los dos triángulos y lo mismo el ángulo B.

De modo que los cuatro ángulos del cuadrilátero se convirtieron en los ángulos de los dos triángulos.

Para saber cuánto suman los ángulos del cuadrilátero, se puede calcular sumando los ángulos de los dos triángulos.

Por esta razón, (recuerda que la suma de los ángulos de un triángulo siempre es igual a 180º), la suma de los ángulos del cuadrilátero es igual a 180º + 180º = 360º.

Sacamos en conclusión que:

La suma de los ángulos de un cuadrilátero siempre es igual a 360º

1. Dibuja dos cuadriláteros y comprueba el resultado anterior midiendo sus ángulos y sumándolos.

______________________________ ______________________________

Resuelve los siguientes problemas.

2. En un triángulo dos ángulos miden 45º y 78º. ¿Cuánto mide el tercer ángulo?

Respuesta: ______________________

3. Un triángulo rectángulo tiene un ángulo agudo de 39º. ¿Cuánto miden los otros dos ángulos?

Respuesta: ______________________

4. ¿Cuánto mide cada ángulo de un triángulo que tiene los tres ángulos iguales?

Respuesta: ______________________

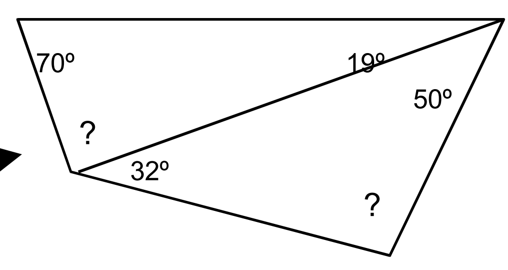
5. Un triángulo tiene dos ángulos iguales, y cada uno de ellos mide 75º. ¿Cuánto mide el otro ángulo?

Respuesta: ______________________

6. ¿Cuánto miden cada uno de los ángulos de un cuadrilátero que tiene los cuatro ángulos iguales?

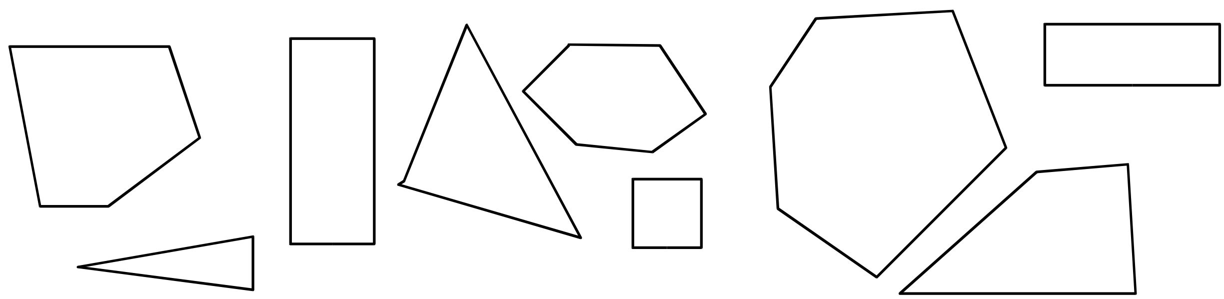
____

7. Encuentra los ángulos que faltan en el siguiente dibujo. Escribe la medida de cada uno dentro de él.



Tema: POLÍGONOS Hoy es ___________________

Todos los dibujos siguientes corresponden a **polígonos**:

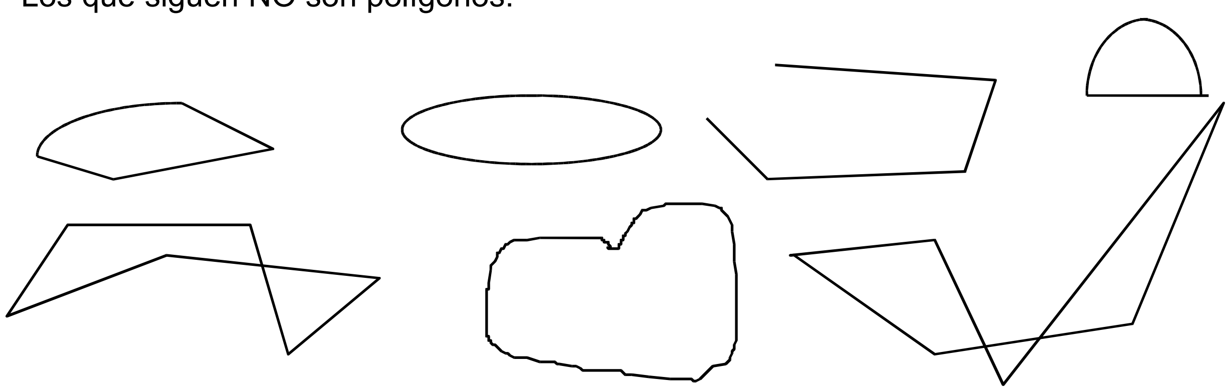


1. ¿Conoces los nombres de algunos de ellos?______

   ¿De cuáles?____

2. Colorea de verde los triángulos, de azul los cuadriláteros, de rojo los de cinco lados y de amarillo los que tengan más de cinco lados.

Los que siguen NO son polígonos:



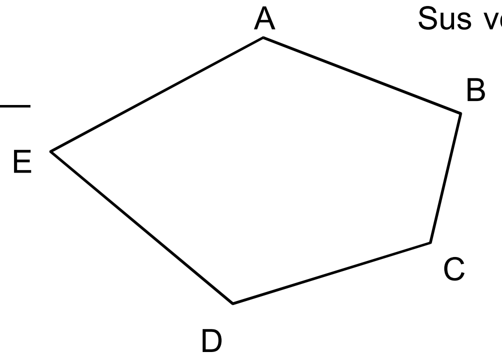
Entonces:

Un **polígono** es una línea quebrada y cerrada que no se corta a sí misma. Los lados son siempre rectos. Puede tener ángulos agudos, rectos y obtusos.

En todo polígono siempre hay igual número de ángulos que de lados. El nombre del polígono se deriva del número de sus lados y ángulos. Por ejemplo:

triángulo(3), cuadrilátero(4), pentágono(5), exágono(6),... decágono(10),.....

3. Mira el polígono siguiente y completa:



Sus vértices son los puntos A, B, C, D, E

Es un ___________________

Sus lados son: AB, BC, CD, DE, EA

Tiene _______ lados

_______ ángulos

_______ vértices

4. Con el transportador mide los ángulos del polígono ABCDE y completa:

El ángulo que tiene vértice A mide aproximadamente _______________

El ángulo que tiene vértice B mide aproximadamente _______________

El ángulo que tiene vértice C mide aproximadamente _______________

El ángulo que tiene vértice D mide aproximadamente _______________

El ángulo que tiene vértice E mide aproximadamente _______________

La suma total de los ángulos del pentágono ABCDE es ______________

5. Dibuja un exágono.

Nombra sus vértices con letras mayúsculas.

Escribe los nombres de sus lados,

Escribe las medidas de sus ángulos.

---

6. Crea un dibujo original con polígonos

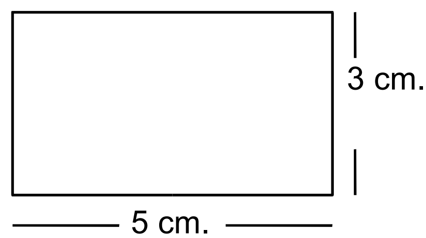
Tema: PERÍMETRO Hoy es ___________________

Si mido los lados de un polígono y los sumo, obtengo el **perímetro del polígono**

Por ejemplo:

El perímetro del siguiente rectángulo es 16 centímetros.

Porque tiene dos lados de 5 cm y dos lados de 3 cm



1. Con un hilo o cinta de 80 centímetros y unos chinches forma primero un triángulo, mide los lados y anótalos. Después haz lo mismo formando un cuadrilátero que no sea rectángulo, luego un cuadrado, un pentágono y un exágono.

Completa:

Los lados del triángulo midieron _______ ________ __________,

Los lados del cuadirlátero fueron de _______ _________ _______ _________

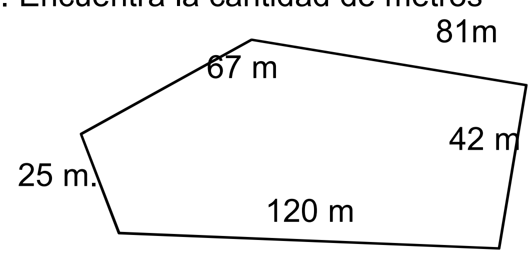
Cada lado del cuadrado midió _______

Los lados del pentágono fueron de _______ _______ _______ _______ _____

Los lados del exágono fueron de ______ ______ ______ ______ _____ _____

El perímetro en todos los casos fue de ____________ centímetros

2. Un potrero tiene la forma y las medidas de los lados que se ven en el dibujo y el dueño quiere cercarlo con tres hilos de alambre. Encuentra la cantidad de metros de alambre que se necesitan.

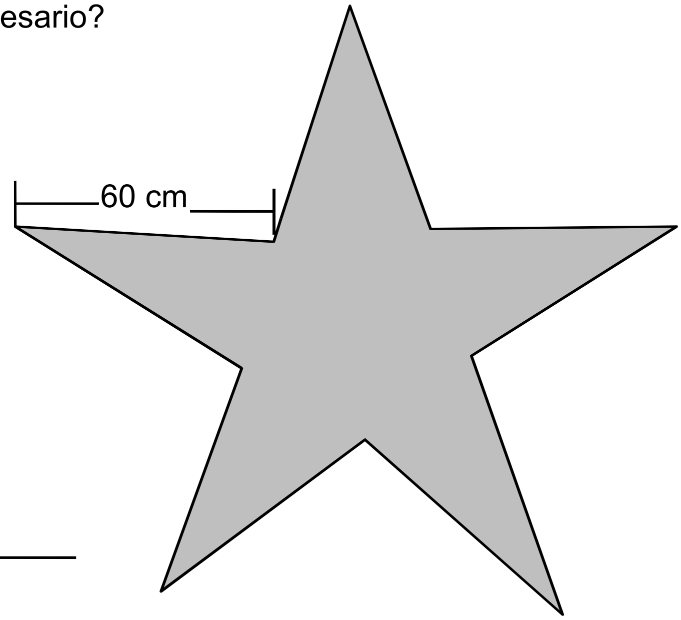


Respuesta:

____

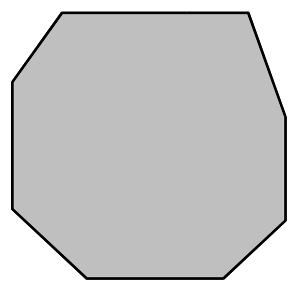
Margarita María Niño Torres.

3. Para iluminar la estrella de Navidad del dibujo se necesita comprar la cantidad de cable que sea igual al perímetro de la estrella. Si todas las puntas son iguales, ¿Cuánto cable es necesario?



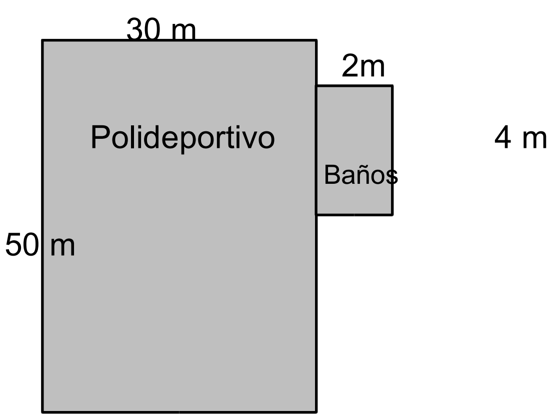
____

4. Un octógono (ocho lados) tiene 3 lados de 20 cm, 2 lados de 23 cm, 2 lados de 28 cm y un lado de 41 cm. Hallar el perímetro.



____

5. En una escuela quieren encerrar el polideportivo y los baños con una malla. Necesitan saber cuánto les costará la malla que es a $3.000 el metro. Las medidas son las que aparecen en el dibujo. Entre la cancha y los baños no hay malla.



____

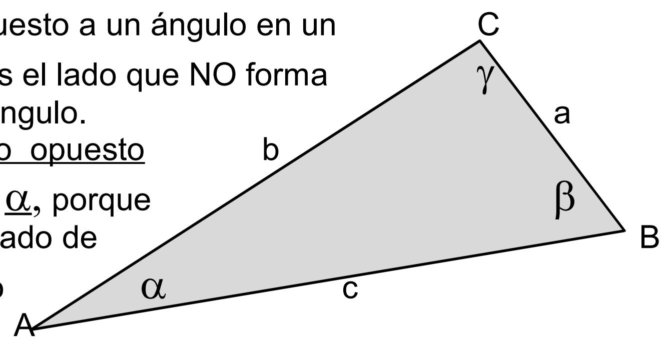
Tema: CONSTRUCCIÓN DE TRIÁNGULOS Hoy es ____________________

Necesitas regla y compás. No comiences el taller sino cuando los tengas.

Empecemos por ponernos de acuerdo acerca de los nombres que les vamos a dar a las partes de un triángulo:

Los vértices los llamaremos siempre A, B, C (mayúsculas)
Los lados respectivamente opuestos se llamarán a, b, c (minúsculas)
Los ángulos correspondientes α alfa, β beta, γ gamma (letras griegas)

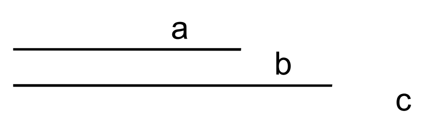
El lado opuesto a un ángulo en un triángulo es el lado que NO forma parte del ángulo.
a es el <u>lado opuesto</u> del ángulo $\underline{\alpha}$, porque NO es un lado de ese ángulo



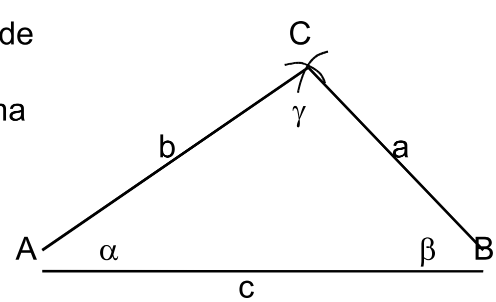
Fíjate bien en donde van los nombres de los lados, de los vértices y de los ángulos.

Cuando conocemos los lados de un triángulo y queremos ver el triángulo, lo podemos hacer con ayuda del compás y la regla.

Por ejemplo: Construyamos el triángulo cuyos lados son las siguientes líneas:



Para eso tomamos la más larga **c** y la ponemos de base. Abrimos el compás con la medida de **b** y hacemos un arco hacia la mitad de c y por encima
Luego abrimos el compás con la medida de **a** y cortamos el arco anterior: Queda el vértice C.
Unimos los extremos de c con el punto de corte de los dos arcos que es el vértice C y así resulta el triángulo.



Finalmente les ponemos los nombres a los vértices opuestos, a los lados y a los ángulos.

1. Dibuja aquí tres líneas rectas:
 a = 5cm, b=4cm y c=2cm.
Construye con la regla y el compás el triángulo que tiene esos lados.
Escribe los nombres de todas las partes del triángulo que construíste.

2. En el espacio siguiente dibuja un triángulo que tenga todos los lados iguales de 5 cm, otro que tenga dos lados de 5 cm y uno de 2 cm, y otro que tenga un lado de 3 cm, uno de 4 cm y el otro de 6 cm.

3. Debajo de cada grupo de líneas, construye el triángulo que las tiene por lados.

¿Qué pasa con el segundo triángulo? ____________________________________

Es muy importante que pienses que para que un triángulo se pueda construír, **cada lado**, aún el más largo **tiene que ser menor que la suma de los otros dos**.

4. Busca 3 palitos con los que se pueda formar un triángulo y otros 3 con los que No se pueda y haz (por detrás de esta página) los dibujos: primero, del triángulo y segundo, del intento siguiente.

Tema: CONSTRUCCIÓN DE TRIÁNGULOS Hoy es ____________________

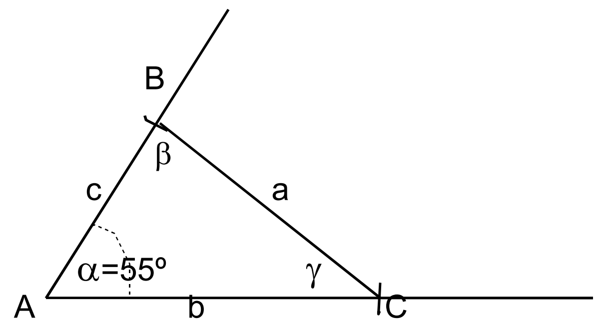
Necesitas regla, compás y transportador. No comiences el taller sino cuando los tengas.

Ya sabes construir un triángulo cuando conoces los tres lados. Ahora vamos a aprender a construir un triángulo cuando se conocen dos lados y el ángulo formado por ellos.

Supongamos que en un triángulo el ángulo α mide 55º y que los dos lados que lo forman son: b= 5cm y c= 3 cm. Entonces podemos construir el triángulo con estas propiedades.

Lo hacemos así:

Marcamos el vértice A, trazamos una recta a partir de A y sobre ella, con el transportador medimos un ángulo de 55º, señalamos un punto por donde debe pasar el otro lado y lo trazamos.

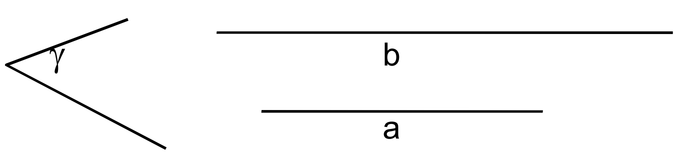


Con el compás tomamos una medida de 5 cm y cortamos la línea horizontal y luego con una medida de 3 cm cortamos el otro lado del triángulo. Después unimos los cortes y queda el triángulo. Colocamos las letras b, c, de acuerdo con los datos y completamos.

1. Construye el triángulo del cual se conocen:

   β = 123º, a= 6 cm, c= 4,5 cm

2. Construye el triángulo del cual se conocen:



3. Completa:

Cuando se conocen dos ángulos de un triángulo, se puede saber cuánto mide el otro, porque la suma de todos tres es igual a ______________________________

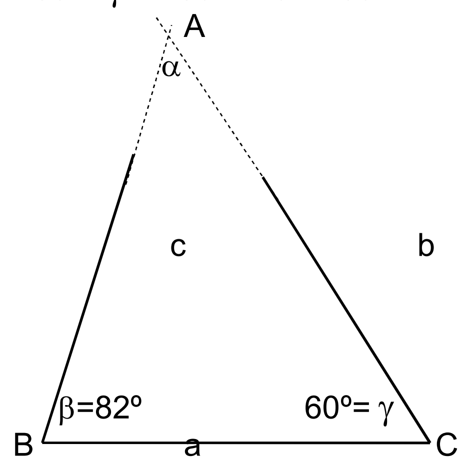
Podemos construir un triángulo cuando conocemos dos de sus ángulos y un lado.

Por ejemplo: Si sabemos que α es 38º, β es 82º y el lado **a** es 6 cm, como sabermos que los vértices que quedan en los extremos de **a** son B y C, entonces necesitamos encontrar primero el ángulo γ que es el que va en C.

38º+82º = 120º, entonces γ es lo que falta para 180º: γ = 180º-120º = 60º

Ahora construimos el triángulo:

Ponemos el lado **a** de base y los vértices que tienen ese lado común que son B y C en sus extremos.
En esos vértices y partiendo del lado a construimos los respectivos ángulos β y γ
Al prolongar los lados de esos ángulos, se encuentra el vértice A y queda el triángulo.



4. Construye el triángulo del cual se conocen los siguientes datos:

c=10 cm, $\alpha = 42º$; β=39º

Ponle todas las letras de acuerdo a lo convenido.

5. En hoja aparte construye los siguientes triángulos: (usa siempre las herramientas)

a) a=12 cm, b= 4 cm, c= 14cm

b) a = 9 cm, β = 70º, c= 4 cm

c) b = 11 cm, α = 50º, β= 40º

d) a= 8 cm, b= 10 cm, c= 15 cm

Tema: CONSTRUCCIÓN DE CUADRILÁTEROS Hoy es _______________

Vamos a construir cuadriláteros con algunas medidas que nos dan:

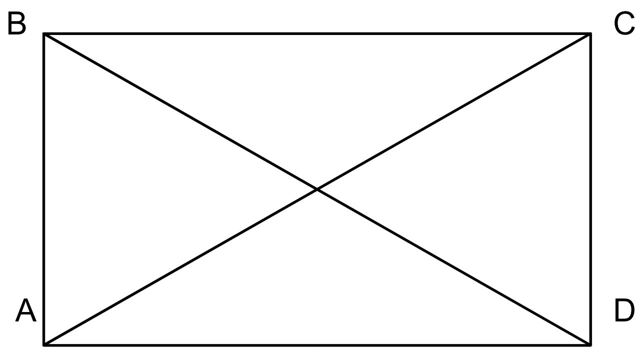
- Rectángulo:

Recuerda que el rectángulo tiene todos los ángulos rectos. Las medidas que podemos conocer de un rectángulo son: la base (o largo), la altura (o ancho) y las dos diagonales que siempre tienen longitudes iguales y se cortan en sus puntos medios.

Base (o Largo): AD = BC

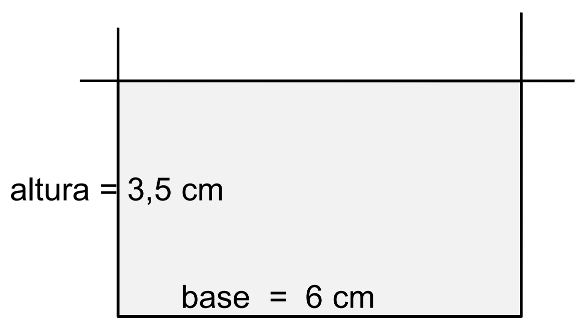
Altura (o Ancho): AB = CD

Diagonales: AC = BD



I. Cuando conocemos la base y la altura del rectángulo, lo podemos pintar, poniendo la base horizontalmente y en cada extremo trazamos un ángulo recto. Sobre los otros lados de esos ángulos medimos exactamente la altura y unimos los puntos de corte.

Dibujemos un rectángulo que tenga 6 cm. de base y 3,5 cm. de altura.

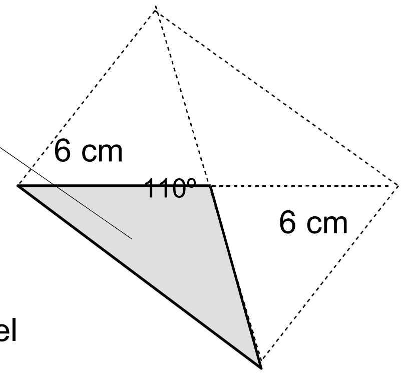


II. Si se conocen las medidas de las diagonales, es necesario conocer uno de los ángulos que ellas forman al cortarse. Ejemplo:

Construir el rectángulo cuyas diagonales miden 12 cm cada una, sabiendo que forman un ángulo de 70º al cortarse.

Puesto que se cortan en sus puntos medios, cada pedazo medirá 6 cm. Si el ángulo agudo entre ellas es de 70º, el obtuso será de 110º, y, mirando el dibujo de arriba, vemos que se forma un triángulo que tiene dos lados iguales de media diagonal cada uno y la base del rectángulo.

Entonces empezamos por construir el triángulo que tiene dos lados de 6 cm con un ángulo entre ellos de 110º. Después ponemos el lado más largo como base y prolongamos los otros hasta que queden completas las diagonales.



Unimos los extremos de las diagonales y resulta el rectángulo que queríamos construir.

Construye ayudándote de una regla y escuadra los siguientes rectángulos:

1. Un rectángulo que tenga 3 cm de base y 5 cm de altura.
(Fíjate que queda parado sobre el lado más corto)

---

2. Un rectángulo de 10 cm de base y 2 cm de altura

---

3. Un rectángulo cuyas diagonales miden 8 cm cada una y forman un ángulo de 122º

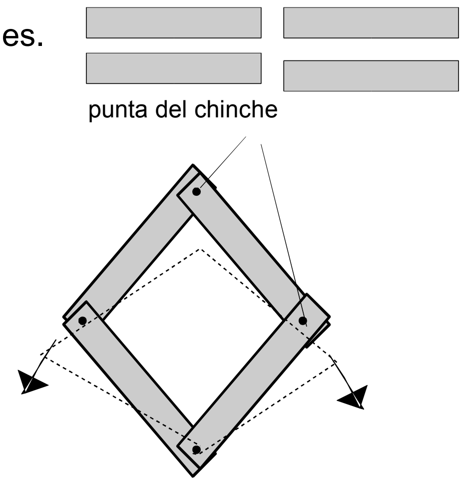
---

4. Dibuja un rectángulo grande en el espacio de la derecha. Dentro de él, encajados cada uno en el anterior y teniendo todos en común uno de los ángulos, pinta tres rectángulos de modo que cada uno tenga 0,5 cm menos en cada lado que el rectángulo inmediatamente anterior.

Tema: CONSTRUCCIÓN DE CUADRILÁTEROS Hoy es _______________

Hoy vamos a construir rombos.

Un rombo es un cuadrilátero que tiene todos sus lados iguales.



1. Consigue cuatro tiras de cartulina de igual longitud.

Únelas en los extremos, una tras otra hasta cerrar, con chinches, poniendo la cabeza de los chinches por debajo para que no se peguen a la mesa. ¡Cuidado no te claves las puntas!

Ahora dales distintas posiciones sin separarlas y contesta las siguientes preguntas:

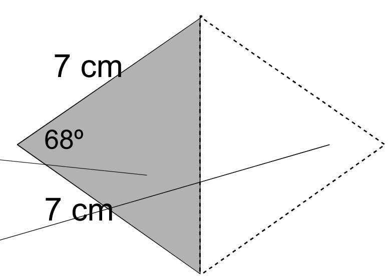
¿Cuántos rombos diferentes se pueden formar con esas 4 tiras? _______________

¿Qué es lo que cambia de un rombo a otro? ________________________________

¿Qué otro dato se debería conocer para que solamente se pudiera construir un rombo con esas cartulinas?

____

2. Construyamos un rombo con estas medidas: lados de 7 cm, y un ángulo de 68º

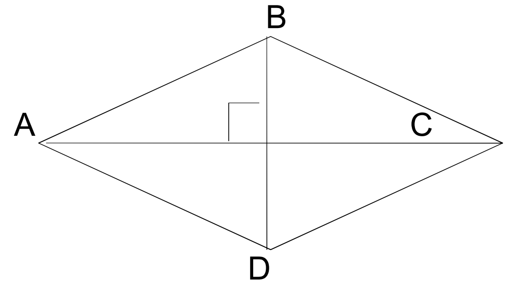


Construimos el triángulo que tiene dos lados de 7 cm, y el ángulo que forman de 68º.

Luego dibujamos el simétrico de ese triángulo respecto del tercer lado y así nos queda el rombo.

Cuando **el rombo es rectángulo** tenemos un **cuadrado**. Ensaya con tus cartulinas a ponerlas de tal manera que uno de los ángulos sea recto y verás que el rombo se convierte en cuadrado.

Las diagonales del rombo no tienen que ser iguales pero siempre se cortan formando un ángulo recto, y el punto de corte las divide en partes iguales.



Observa el dibujo y te podrás dar cuenta de que lo que dije anteriormente se cumple.

Si conocemos las medidas de las diagonales del rombo, podemos construírlo: Para esto es suficiente trazar dos perpendiculares y medir a cada lado del punto de corte la mitad de cada diagonal sobre una de las perpendicualres y lo mismo con la otra.
Después se unen los extremos de las diagonales y queda el rombo.

3. Corta dos tiras de papel o cartulina, una de 20 centímetros y otra de 14. Ponlas como se ven las diagonales en el dibujo y marca los extremos sobre otro papel. Después traza los lados del rombo y mídelos a ver si quedaron iguales.

Si no te quedaron los lados iguales, vuelve a comenzar, hasta que quede un rombo perfecto.

4. Traza un rombo con los siguientes datos.

Lados de 4 centímetros
Un ángulo de 135º

5. Traza el rombo que tiene diagonales de 2 cm y 12 cm.

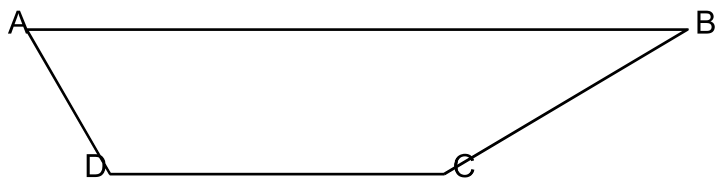
6. En otro papel dibuja 6 rombos de 9 cm de lado y un ángulo de 60º. Recórtalos y forma una estrella con ellos. Dibuja la estrella en un papel, marcando las medidas de los lados y de los ángulos.

7. Repite aquí la estrella del ejercicio anterior pero con los lados de 1,5 cm.
(no importa que se monte sobre las letras)

¿Si el ángulo es de 80º, ¿qué pasará al intentar formar la estrella?_____________

Tema: CONSTRUCCIÓN DE CUADRILÁTEROS Hoy es _______________

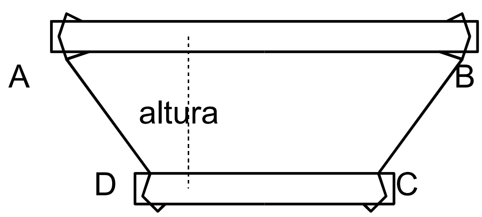
1. Observa el siguiente cuadrilátero llamado “ **trapecio** ”:



¿Cuántos pares de lados paralelos hay? _________________________________

¿Cómo son los otros dos lados?____

2. Construye con dos cuerdas de igual longitud y dos palos de diferente longitud un trapecio así: (deja a las cuerdas un pedacito en alguno de los nudos, para poder alargarlas): En el trapecio que construiste haz lo siguiente:



Toma las medidas y escríbelas aquí:

Base mayor AB = ________ cm.

Base menor CD = ________ cm

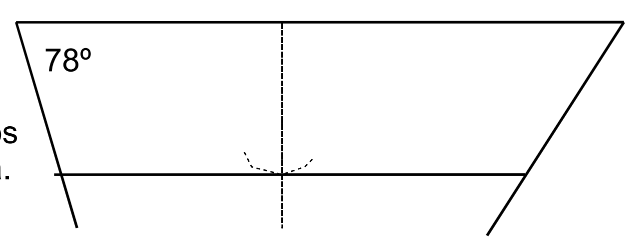
Lado BC = _______; Lado DA = _______; Altura = ____________ cm

Alarga 1 cm una de las cuerdas y trata de que los palos queden paralelos otra vez, manteniendo las cuerdas estiradas; vuelve a tomar la medida de los lados no paralelos y de la altura.

Para construir un trapecio necesitamos conocer: las dos bases, la altura y uno de los lados no paralelos, ó uno de los ángulos.

Por ejemplo: Construir el trapecio que tiene las siguientes medidas: las bases de 8 cm y 6,2 cm; la altura de 2 cm. y uno de sus ángulos mide 78º.

Dibujamos la base mayor horizontalmente.
En uno de sus extremos el ángulo de 78º
En cualquier punto de la base mayor trazamos una perpendicular y en ella medimos la altura.



3. Construye el trapecio que tiene las siguientes medidas:

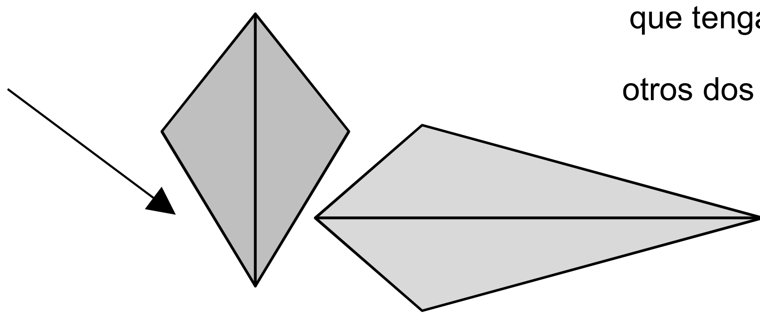
Bases de 12cm y 10 cm.
Un ángulo de 110º y
el otro lado de ese ángulo de 5cm.

Además de las clases de cuadriláteros que hemos visto, existen muchas posibilidades de construir otros. De todos modos, siempre van a tener 4 lados y 4 ángulos cuya suma es 360º.

Cuando un cuadrilátero tiene dos lados consecutivos iguales entre sí, y los otros dos también iguales entre sí, se acostumbra llamar un **romboide**. (Como una cometa)

Ejemplos de romboides
diferentes

los



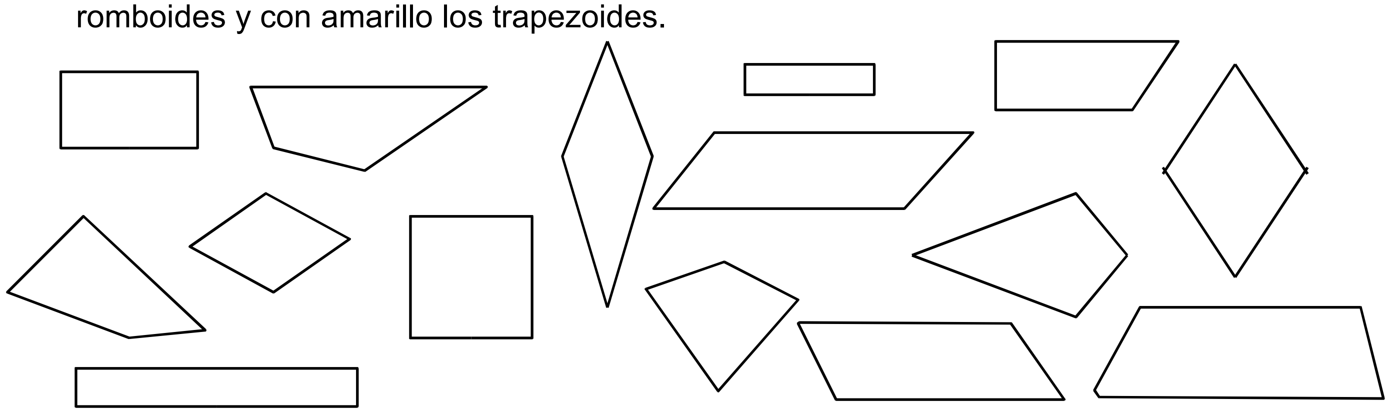
4. Dibuja dos romboides

que tengan dos lados de 3 cm y

otros dos de 4,5 cm.   (en otra hoja)

A los cuadriláteros completamente irregulares se acostumbra llamar **trapezoides.**

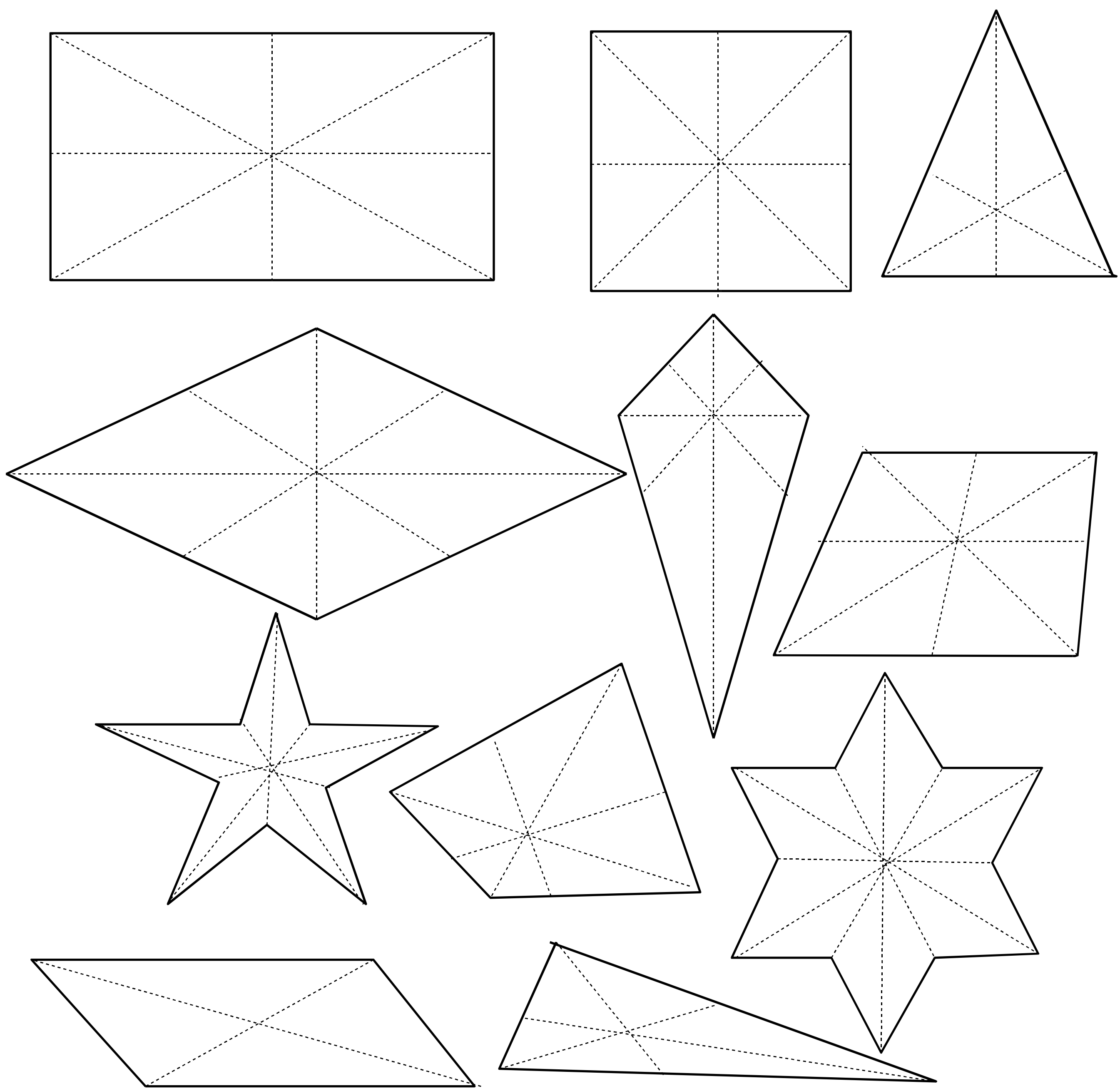
5. Repinta con rojo todos los paralelogramos, con azul los trapecios, con verde los romboides y con amarillo los trapezoides.



Tema: SIMETRÍAS EN LOS POLÍGONOS Hoy es _______________

Recuerda o averigua el significado de “*simetría respecto de un eje*”

1. Repinta con rojo los ejes de simetría de cada uno de los polígonos siguientes. Si tienes dudas, pinta el polígono en otra hoja, recórtalo y dóblalo por cada línea, a ver cuáles cumplen la condición de simetría .



2. Completa:

El rectángulo tiene ____ ejes de simetría.

El cuadrado tiene ____ ejes de simetría.

El rombo tiene _____ ejes de simetría

El romboide tiene ____ ejes de simetría

El trapecio tiene ____ ejes de simetría

El trapezoide tiene ____ ejes de simetría

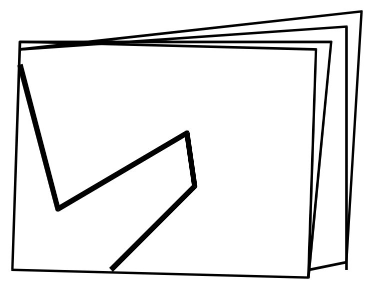
La estrella de seis puntas tiene ____ ejes de simetría

La estrella de cinco puntas tiene _____ ejes de simetría

3. Realiza el siguiente trabajo:

Toma un cuadrado de papel de 10 cm de lado y dóblalo en cuatro

En un punto de un doblez comienza a dibujar una línea quebrada que termine en algún punto del otro doblez. (como en el ejemplo)



Recorta el papel doblado por la línea que pintaste.

Estíralo y traza líneas punteadas por donde estaba doblado.

Si lo hiciste bien, las líneas punteadas deben ser ejes de simetría. Comprueba doblando primero por una y después por la otra.

Dibuja a continuación la figura que te resultó. ↘

¿Cuántos ejes de simetría tiene tu figura?____

4. Con el mismo procedimiento haz una figura con el papel doblado en ocho. (dibújala en otra hoja)

¿Cuántos ejes de simetría resultan?___

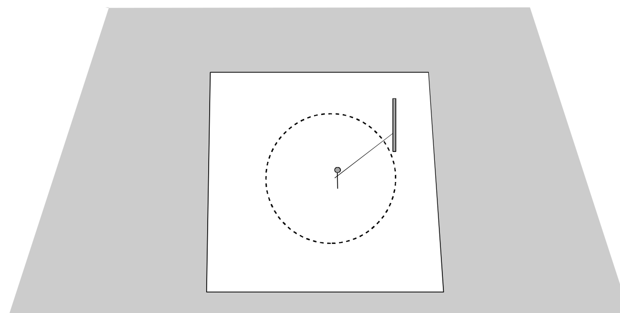
Tema: CIRCUNFERENCIA Y CÍRCULO Hoy es _______________

Necesitas compás y regla. No comiences antes de tenerlos.

Con ayuda de un compañero haz lo siguiente:

1. Toma una cuerda de unos 25 cm., una hoja grande de papel, un chinche.

Amarra en un extremo de la cuerda un lápiz, y en el otro pones el chinche de modo que agarre la cuerda, la hoja de papel más o menos en el centro y se fije un poco al pupitre, para que el papel no se resbale.



Mientras uno sostiene el papel plano y quieto, el otro, suavemente va moviendo el lápiz, manteniendo la cuerda estirada hasta que dé la vuelta completa alrededor del chinche. La punta del lápiz debe volver al punto de donde arrancó y cerrar la curva.

El aparato que has formado con la cuerda, el lápiz y el chinche es un compás elemental que siempre puedes tener pero que solamente sirve para figuras grandes y es poco preciso.

La medida de la cuerda con la que hiciste el compás se llama **radio** y la curva que resulta es una **<u>circunferencia.</u>** El punto C es el **centro** de la circunferencia. La parte del plano que queda encerrada por la circunferencia es lo que se llama **círculo.**

Retira el compás
Marca con una C el punto en donde clavaste el chinche y con R. S, T, V, ... algunos puntos sobre la curva que quedó pintada.
Traza los segmentos de recta CR, CS, CT, CV,...

2. Mide y completa:

La medida de CR es ________________

(escribir el signo de relación apropiado) CR ___ CS; CT ___ CR; CV ___ CT

Las relaciones anteriores se cumplen porque ______________________________

La menor entre las distancias RS, ST, TV, VR es _____ y la mayor es _____

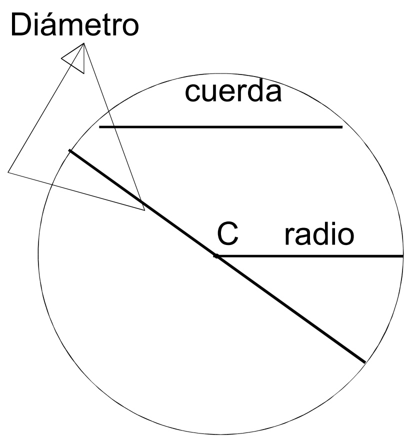
Todos los puntos de la circunferencia están a _____________distancia del centro.

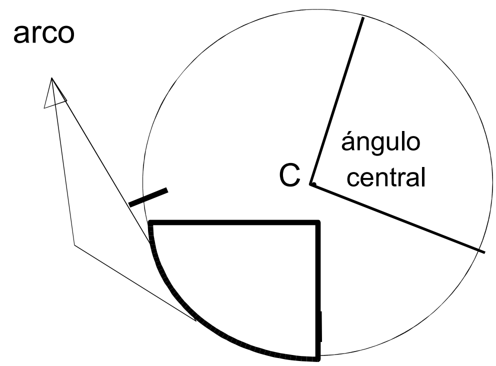
Esta distancia es _________.

3.. Mira tu compás que fue seguramente comprado en alguna papelería y descubre en él en dónde se mide el radio y cómo se marca el centro. Explica por el reverso de la hoja y dibuja tu compás.

Si se unen dos puntos de una circunferencia se obtiene una **cuerda.**

Cuando la cuerda pasa por el centro, es un **diámetro**, y es igual a dos radios.



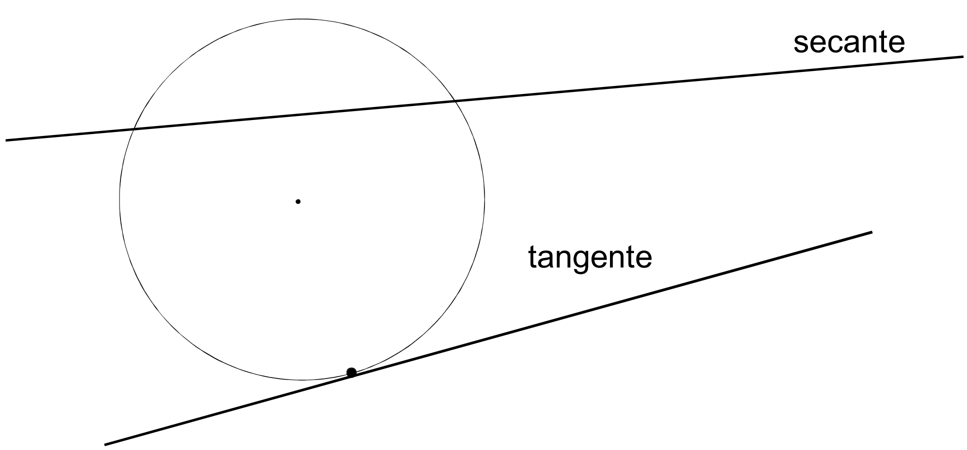


Un ángulo que tenga vértice en el centro de la circunferencia se llama **ángulo central**. Sus lados siempre son radios.

Una **arco** es cualquier porción de la circunferencia.

Una **secante** es cualquier recta que corta a la circunferencia.

Una *tangente* es una recta que toca a la circunferencia en un solo punto.



Tema: POLÍGONOS REGULARES Hoy es _______________

El triángulo que tiene sus tres lados iguales entre sí y sus tres ángulos también iguales entre sí se llama **triángulo equilátero**. No es posible que tenga los lados iguales y los ángulos no. El que solamente tiene dos lados iguales y dos ángulos iguales se llama triángulo isósceles.

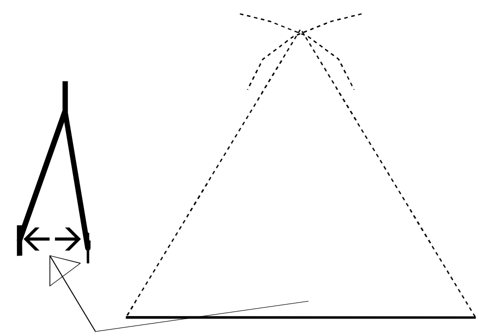
El cuadrilátero que tiene todos sus lados iguales y todos sus ángulos iguales es el **cuadrado**. Si tiene los ángulos iguales pero no los lados, es rectángulo. Si tiene los lados iguales pero no los ángulos, es rombo.

Los **polígonos regulares** son los que cumplen las dos condiciones:

Todos sus lados son iguales entre sí.
Todos sus ángulos son iguales entre sí.

Los polígonos regulares que tienen nombre propio son el triángulo equilátero y el cuadrado, después siguen el pentágono regular, el exágono regular, ...etc.

Construcción del triángulo equilátero.



Para construír un triángulo equilátero con regla y compás:

Se mide entre las puntas del compás la longitud del lado del triángulo.

Se traza un lado como base.

Con el compás en un extremo se hace arco hacia el centro y encima del lado.

Con la misma abertura del compás y haciendo centro en el otro extremo, se corta el arco trazado anteriormente. Ahí está el tercer vértice.

Se unen los tres vértices.

De esta forma, hemos aprendido a construir un triángulo equilátero y también un ángulo de 60º. (Recuerda la medida de cada ángulo de este triángulo)

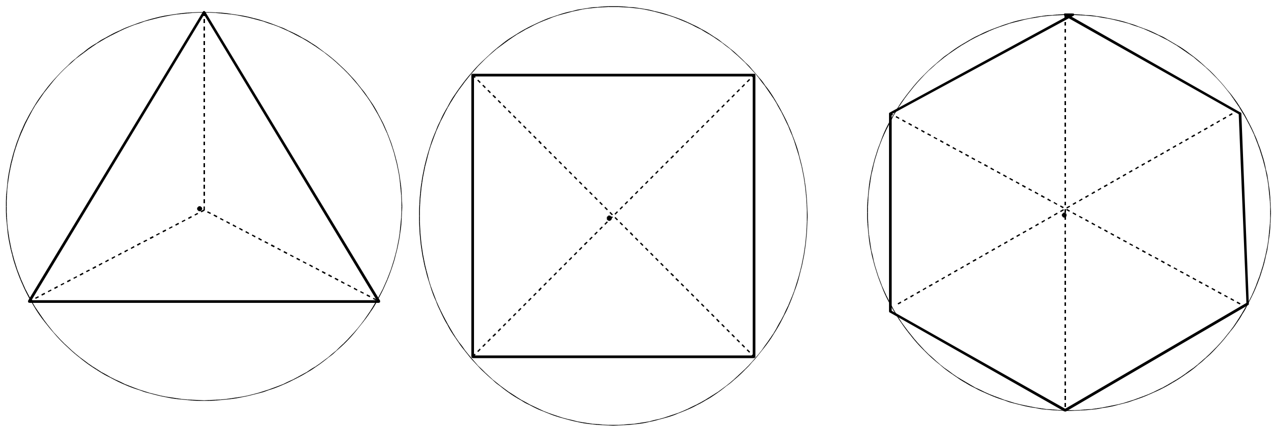
1. Construye un triángulo equilátero de 5 cm de lado. Mide los ángulos con el transportador y los lados con la regla para verificar que quedó bien construido.

Encuentra el perímetro

perímetro = __________________

Ahora vamos a ver la relación entre la circunferencia y los polígonos regulares.

Observa:

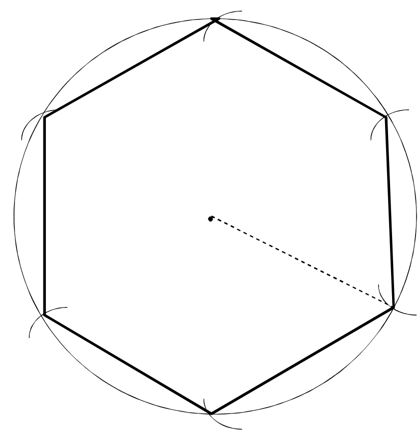


Todos los polígonos regulares se pueden inscribir en una circunferencia. Esto significa que siempre existe una circunferencia que pasa por todos los vértices del polígono regular.

Si desde el centro de la circunferencia se trazan radios a los vértices, entonces se determinan ángulos centrales iguales: 3 de 120º cada uno, en el caso del triángulo equilátero, 4 de 90º en el caso del cuadrado, seis de 60º en el caso del exágono regular, y así sucesivamente,....

En el exágono regular es fácil ver que se forman 6 triángulos equiláteros con sus lados de la longitud del radio.

Por esto, para **<u>construir un exágono regular</u>**, se traza una circunferencia con el radio igual al lado del exágono. Se marca un punto sobre el borde y con el compás y la medida del radio, se van marcando los demás hasta volver al punto inicial.



2. Construye un cuadrado de 4 cm de lado.

Traza las diagonales y la circunferencia que pasa por todos los vértices.

3. Construye un triángulo equilátero dentro de una circunferencia de 4 cm de radio. (Sigue el método del exágono y piensa)

4. Construye un exágono regular de. 3 cm de lado.

✡

5. Construye dos triángulos equiláteros en una circunferencia de 2 cm de radio de modo que se entrelacen formando una ESTRELLA DE DAVID

6. Traza una circunferencia de 4 cm de radio. Traza un radio. Con vértice en el centro construye un ángulo de 72º. y con la medida que da divide el borde en cinco partes iguales. Unelas para formar un **pentágono regular**.

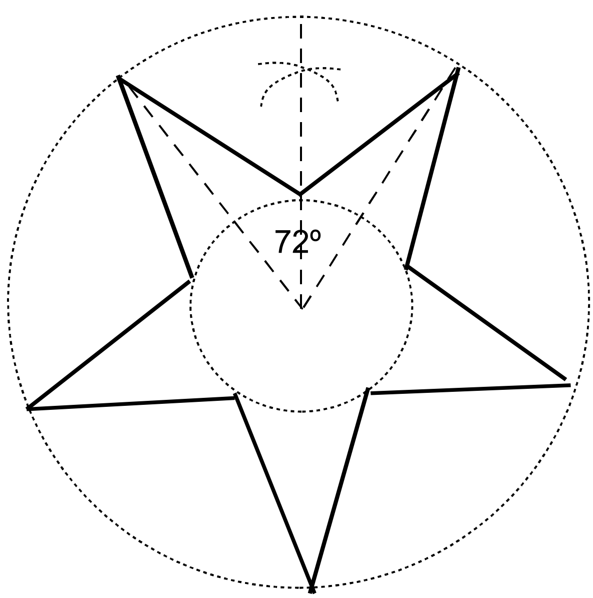
7. Con el mismo método del dibujo del pentágono, ingéniatelas para construir una estrella de 5 puntas.

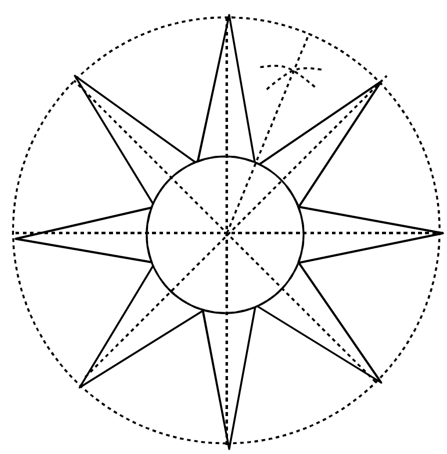
Tema: POLÍGONOS REGULARES Y ESTRELLAS Hoy es _______________

Las estrellas de 3,4,5,6, o más puntas iguales, no son polígonos regulares porque sus ángulos no son iguales.

Para construir una estrella de cualquier número de puntas debes seguir en orden los pasos 1 a 7:

1. Se traza una circunferencia con la medida que se desee en el radio
2. Se calcula el ángulo central dividiendo 360º entre el número de puntas.
3. Se traza un radio y con vértice en el centro, a partir del radio se mide un ángulo de la medida que dio la división anterior y se traza el otro lado.
4. Se divide toda la circunferencia con esa medida y se trazan todos los radios.
5. A cada uno de los ángulos centrales se le traza la bisectriz.
6. Se traza una circunferencia de radio menor con el mismo centro de la grande.
7. Se va uniendo cada punto de los marcados en la circunferencia grande con el punto de corte de la circunferencia pequeña y la bisectriz, hasta terminar.





Con estos ejemplos puedes ingeniarte muchas otras estrellas, variando la longitud y el número de puntas, o intercalando puntas cortas y puntas largas.

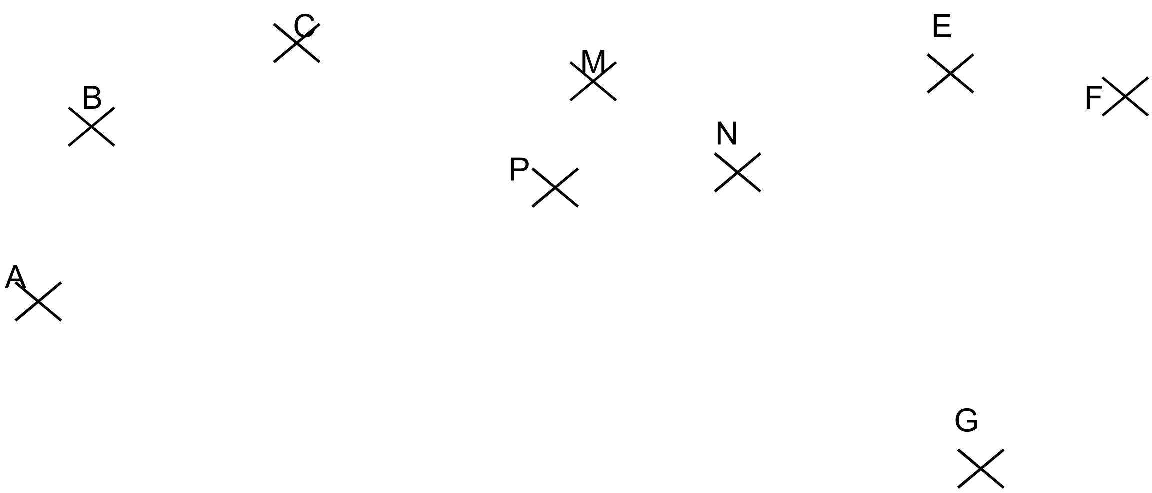
Dibuja en esta página 4 circunferencias de 4,5 cm de radio, y en ellas, respectivamente, estrellas de 4, de 6, de 10 y de 12 puntas.

Inventa una estrella con tu toque personal y dibújala por el reverso de la hoja.

Tema: TRAZAR LA CIRCUNFERENCIA QUE PASA POR TRES PUNTOS

Si tres puntos NO están alineados (Recuerda lo que significa alineados), entonces siempre hay una circunferencia que pasa por esos puntos.

1. A pulso o con objetos redondos, dibuja una circunferencia que pase por los puntos A, B, C, otra por los puntos E, F, G, y otra por P, M, N.
(no importa si esas circunferencias se cortan unas con otras).



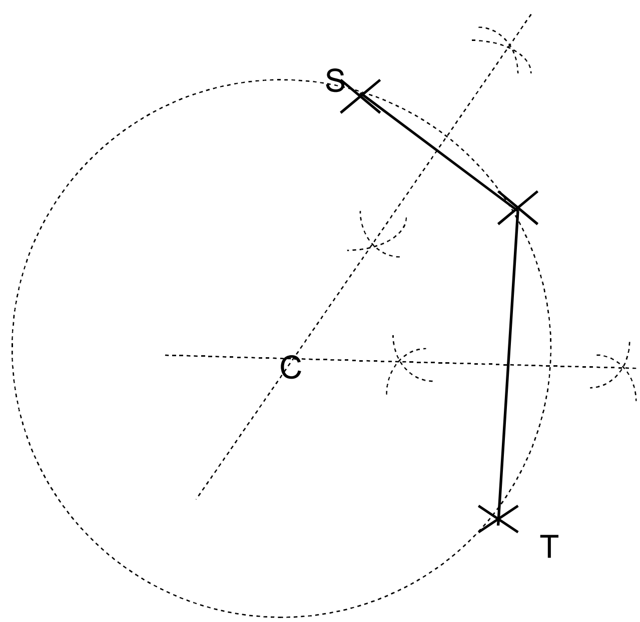
Ahora vamos a aprender a encontrar el centro de la circunferencia que pasa por tres puntos NO alineados como R,S,T.

Lo primero es unir entre sí dos pares de esos puntos. Por ejemplo RS y RT

Enseguida trazamos los ejes de simetría o mediatrices de esos dos segmentos

R
El punto C en donde se cortan es el centro de la circunferencia.

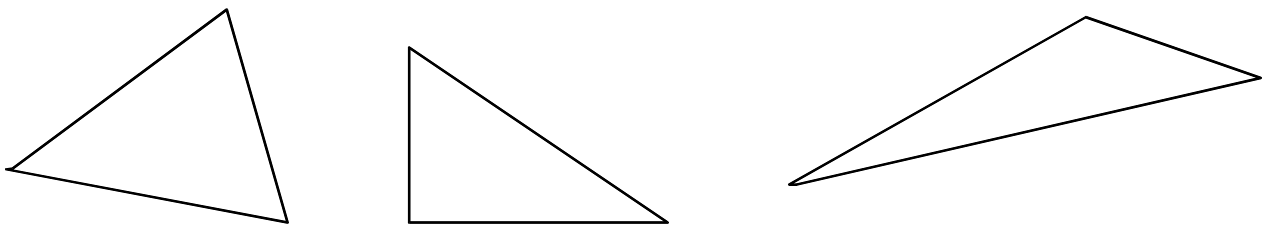
Abrimos el compás desde C hasta uno de los tres puntos y trazamos la circunferencia.



2. Por el reverso de la hoja, repite la construcción, escogiendo tres puntos que no estén en línea recta.
Hazlo todas las veces que necesites hasta que te resulte perfecta.

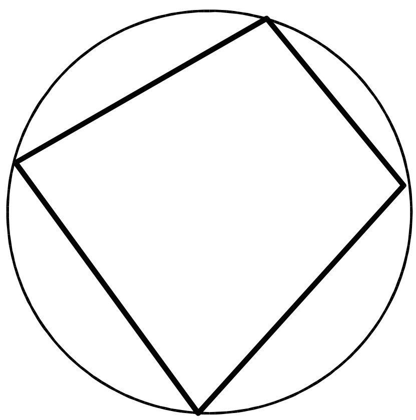
Margarita María Niño Torres.

3. Usando el mismo método, encuentra el centro y dibuja la circunferencia o la parte de ésta que pasa por los tres vértices (circunscrita) de cada uno de los siguientes triángulos.

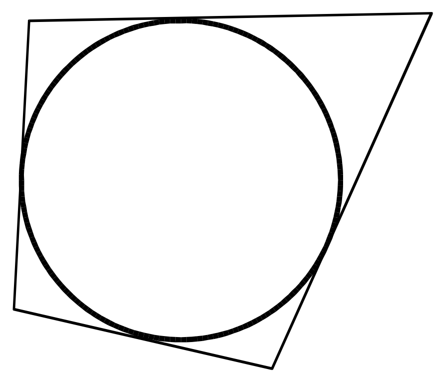


4. Observa las figuras que aparecen a continuación:

I



II



I. Cuando un polígono está dentro de una circunferencia que pasa por todos sus vértices, se dice que: el polígono está INSCRITO EN LA CIRCUNFERENCIA y que la circunferencia está CIRCUNSCRITA AL POLÍGONO.

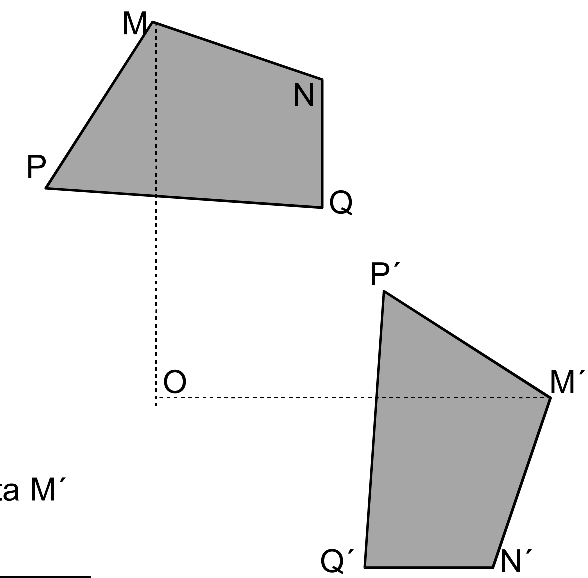
II. Cuando una circunferencia está dentro de un polígono y toca todos sus lados en forma de tangente, se dice que la circunferencia ESTÁ INSCRITA EN EL POLÍGONO y que el polígono ESTÁ CIRCUNSCRITO A LA CIRCUNFERENCIA.

Cuando los polígonos tienen más de 3 vértices, no siempre es posible inscribirlos en una circunferencia peo si los polígonos son regulares, con seguridad se pueden trazar las circunferencias inscrita y circunscrita.

4. Dibuja un cuadrado con sus circunferencias inscrita y circunscrita. (en otra hoja)

5. Repite el ejercicio anterior con un rectángulo que no sea cuadrado. Explica hasta dónde pudiste llegar.

Tema: ROTACIONES HOY ES _____________



1. Observa los dos cuadriláteros:

¿Se puede lograr que coincidan? ______

¿Cómo lo harías?___________________

____

____

2. Mide las distancias de O hasta M y hasta M´

Completa: OM = _______ ; OM´= _________

Mide el ángulo MOM´ : Mide _____________

Traza y mide las distancias ON y ON´; ON = _________; ON´= __________

Mide el ángulo NON´: mide ______________

Repite los dos pasos anteriores y escribe las medidas:

OP = __________; OP´= _________; Angulo POP´= _________

OQ = __________; OQ´=_________; Angulo QOQ´ = ________

3. Escribe un pronóstico acerca de lo que pasará si se hacen girar las rectas que pasan por M, N, Q, P alrededor de O.

____

4. En otro papel copia el cuadrilátero MNQP con las rectas desde O. Recórtalo y ponlo sobre el de esta hoja. Pon un chinche en O y gira el papel a ver si se cumple tu pronóstico. Escribe los resultados del experimento.

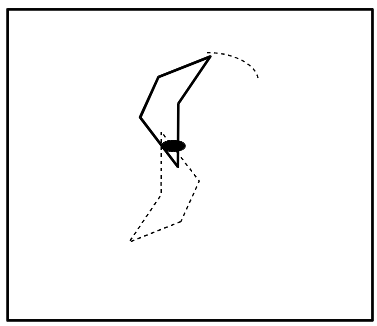
Cuando una figura o un grupo de figuras se hacen rotar alrededor de un punto, siempre se obtiene otra figura o grupo de figuras que coinciden con las primeras. El ángulo de rotación puede ser cualquiera. Si es 360º, vuelven a quedar en el lugar inicial.

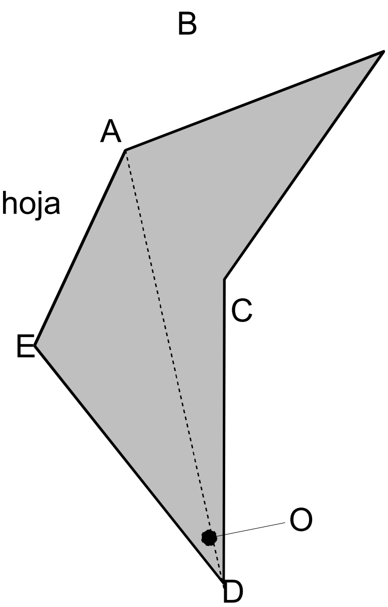
El punto que se deja fijo se llama el **<u>centro de rotación</u>** de la figura. Puede estar dentro o fuera de ella.

En el caso de los cuadriláteros de la página anterior, el M´N´Q´P´ se obtuvo por una rotación del cuadrilátero MNQP, 90º alrededor del punto O,.

5. Dibuja en otra hoja un polígono exactamente igual al ABCDE. También dibújalo en un trozo de cartulina y recórtalo.

   Pon el de cartulina encima del que pintaste en la otra hoja y pones un chinche en el punto O.





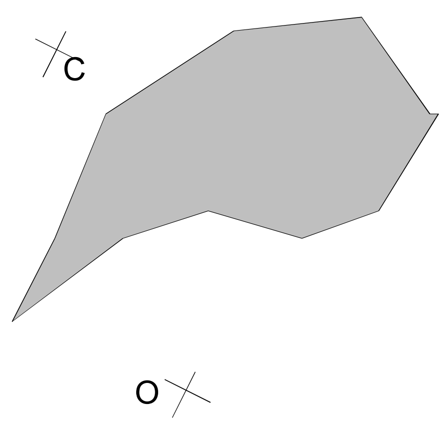
Rota el polígono de cartulina 60º hacia la derecha y dibuja su contorno sobre la hoja. Después rotas otros 60º y vuelves a dibujar el contorno. Así 5 veces. Observa la figura resultante.

El ángulo de rotación se mide a partir de una recta cualquiera que pase por el centro de rotación y que toque un punto de la figura, por ejempo de la recta OA.

6. Repite el ejercicio anterior, con la figura que ves aquí, haciéndola girar de 120º en 120º alrededor de O que es exterior.

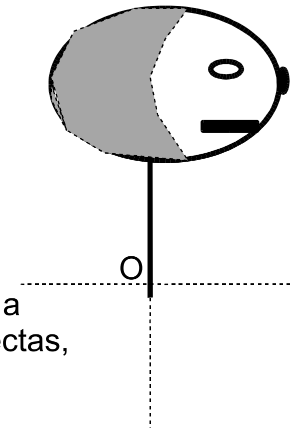
7. En otro dibujo haz girar la misma figura cada 72º desde el punto C.

8. Inventa figuras y hazlas rotar desde distintos puntos para obtener grupos interesantes.



Tema: SIMETRÍA RADIAL HOY ES _____________

1. En una cartulina haz una carita como la que ves aquí y pégala a un palo corto.

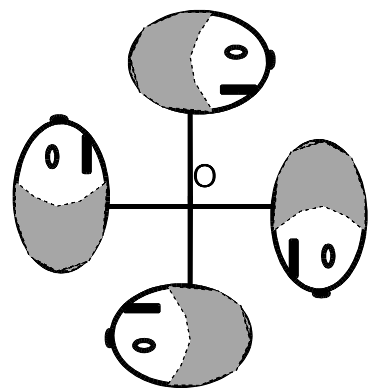


Colócala sobre un papel suficientemente grande y píntala, dejando espacio hacia abajo y hacia los lados.

Por el punto en donde termina el palito traza dos rectas

Sin cambiar el punto O en donde termina el palito, empiezas a rotarla hacia la derecha y cuando llegue a cada una de las rectas, la vuelves a pintar.

Al retirarla finalmente, obtendrás una figura muy especial, que tiene que ver con la rotación de la figura.



Fíjate a ver si hay algún eje de simetría de la figura resultante.

Es muy probable que no encuentres ningún eje de simetría.

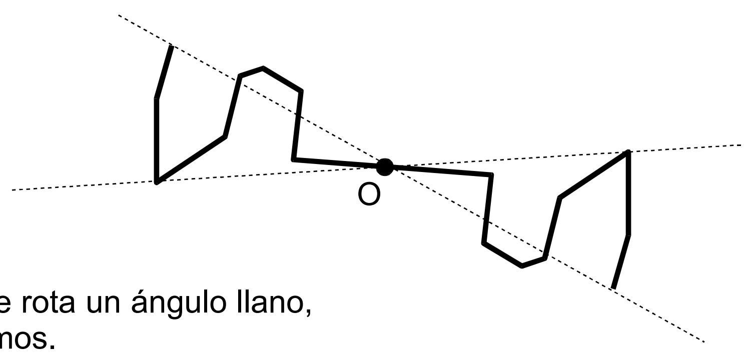
Sin embargo, sabes que hay una forma de hacer coincidir esas figuras, que no es por doblado sino por rotación.

Esto nos hace pensar en otra clase de simetría que se llama:

SIMETRÍA RADIAL O SIMETRÍA CON RESPECTO A UN PUNTO.

Una figura tiene **simetría respecto de un punto O**, cuando al trazar una recta que pase por ese punto, los puntos en donde la recta corta a la figura, están a la misma distancia del punto O.

Esto suena complicado pero es fácil.



Veamos el garabato:

Podemos ver, - al ojo- que si por O se rota un ángulo llano, la figura vuelve a quedar como la vemos.

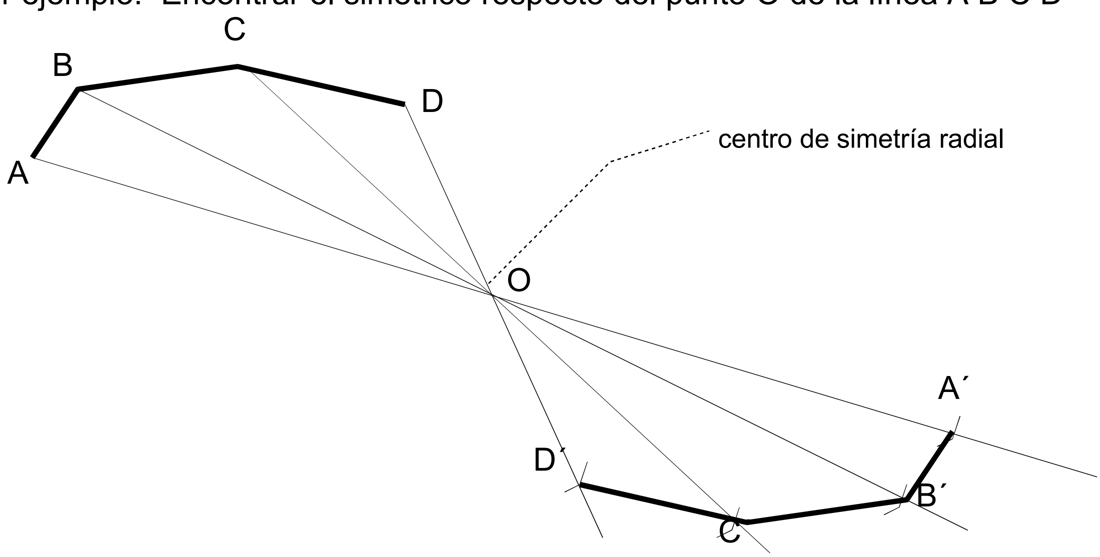
Como al ojo nos podemos equivocar, trazamos varias rectas que pasen por O y que corten a la figura, y con el compás medimos a ver si los cortes correspondientes en cada una de ellas, de uno y otro lado de O tienen igual distancia a O.

Si las distancias son iguales, es claro que al rotar la figura un ángulo llano alrededor de O, esos puntos van a quedar uno sobre el otro. Lo mismo le pasará a cada par de puntos que tengan la misma distancia hasta O, con lo cual la parte que está a un lado de O pasa a estar del otro y la figura se ve como al principio.

Es como si con centro en O se tratara de encontrar puntos diametralmente opuestos, (en los extremos de un diámetro), sin pintar la circunferencia.

Si queremos hacer una simetría radial, necesitamos el CENTRO DE SIMETRÍA, y después vamos colocando puntos con el método de las distancias.

Por ejemplo: Encontrar el simétrico respecto del punto O de la línea A B C D

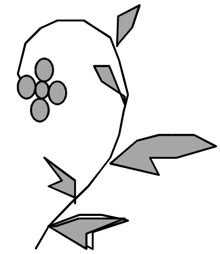


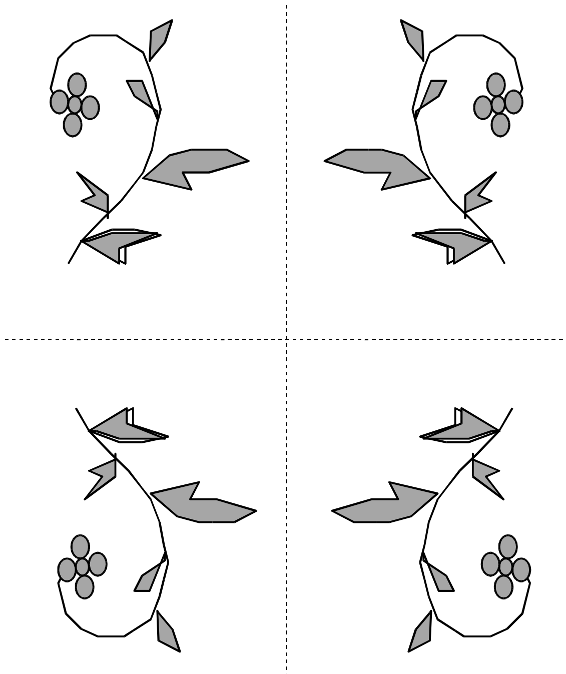
Desde el vértice A de la línea inicial trazamos una recta que pase por O y la prolongamos. Luego medimos con el compás la distancia sobre esa recta desde el punto A hasta O y copiamos esa distancia en la prolongación de la recta, del otro lado de O. Marcamos el punto A´.

Hacemos lo mismo con los otros puntos, hasta que tenemos los simétricos de todos los vértices, entonces basta unirlos con segmentos de rectas y ya está la línea A´, B´, C´, D´, simétrica radialmente de la línea ABCD.

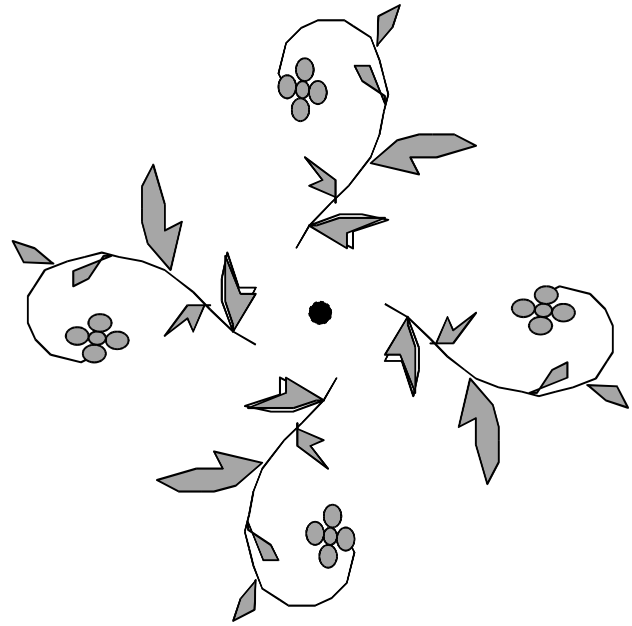
Comparación de simetrías.

A partir de un dibujo, vamos a obtener un grupo con simetría axial y otro con simetría radial para observar las semejanzas y diferencias





Grupo con dos simetrías axiales.
y una simetría radial



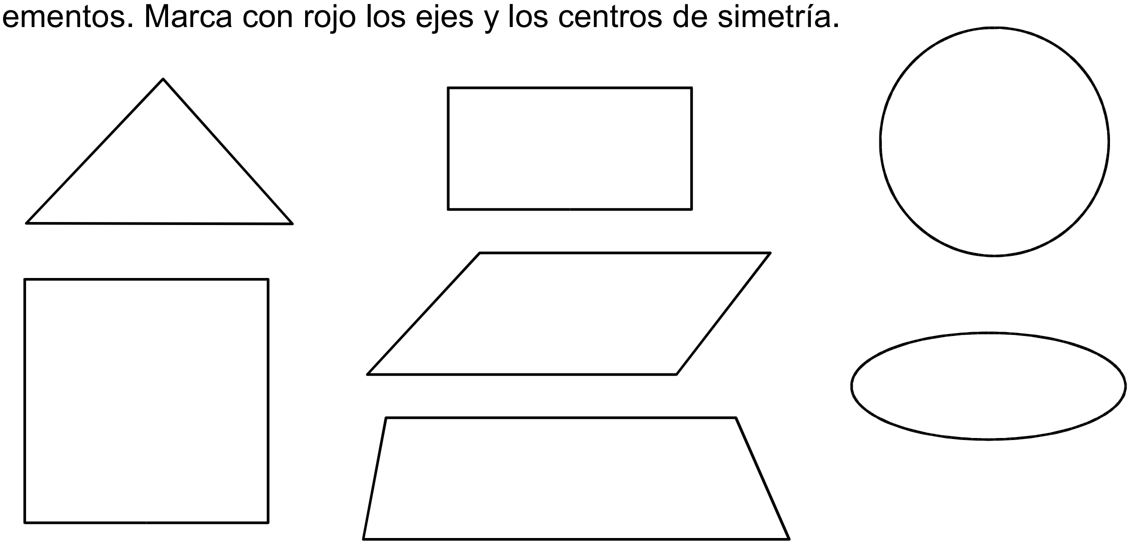
Grupo con una simetría radial
y ninguna axial.

Una figura o grupo de figuras que tenga simetría axial respecto de dos o más rectas, tiene simetría radial con respecto al punto de corte de esas rectas.

Una figura puede tener una sola clase de simetría o no tener ninguna.

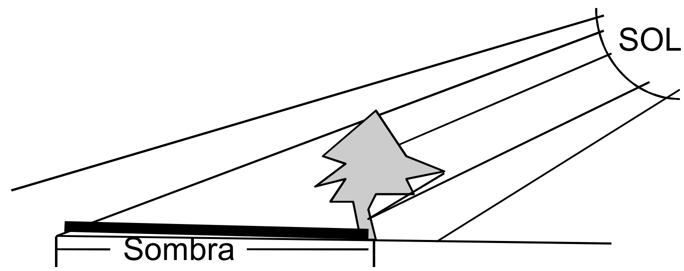
2. Crea un dibujo y produce con él grupos simétricos con los dos tipos de simetrías que conoces. Píntalos en un formato.

3. En las figuras siguientes identifica cuáles simetrías existen y con respecto a qué elementos. Marca con rojo los ejes y los centros de simetría.



Tema: PROYECCIONES SOBRE UNA RECTA HOY ES _____________

Observa cómo se produce la sombra de un cuerpo, cuando los rayos del sol caen oblicuamente sobre él.



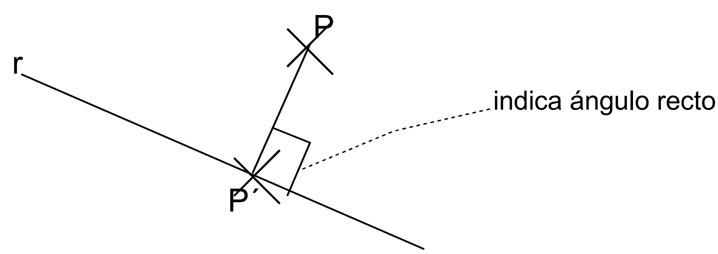
Se dice que el rayo del sol proyecta la sombra del árbol. La sombra es la proyección del árbol sobre el suelo.

La proyección de un punto en geometría, siempre se hace mediante una recta que pasa por el punto y va a cortar a otra recta que es como el piso para la sombra.

Hay dos clases de proyecciones de un punto sobre una recta que son especialmente importantes: La proyección ortogonal o perpendicular, y la proyección desde otro punto.

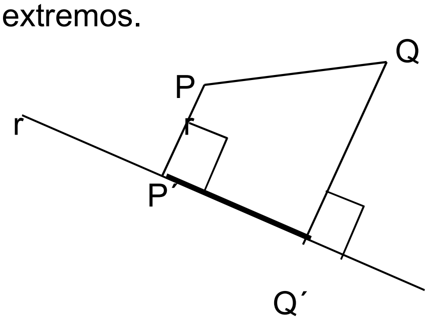
Proyección ortogonal de un punto sobre una recta

Cuando un punto **P** es exterior a una recta **r**, la **proyección ortogonal de P sobre r** es el punto P´ en donde cae la perpendicular trazada desde P a r.



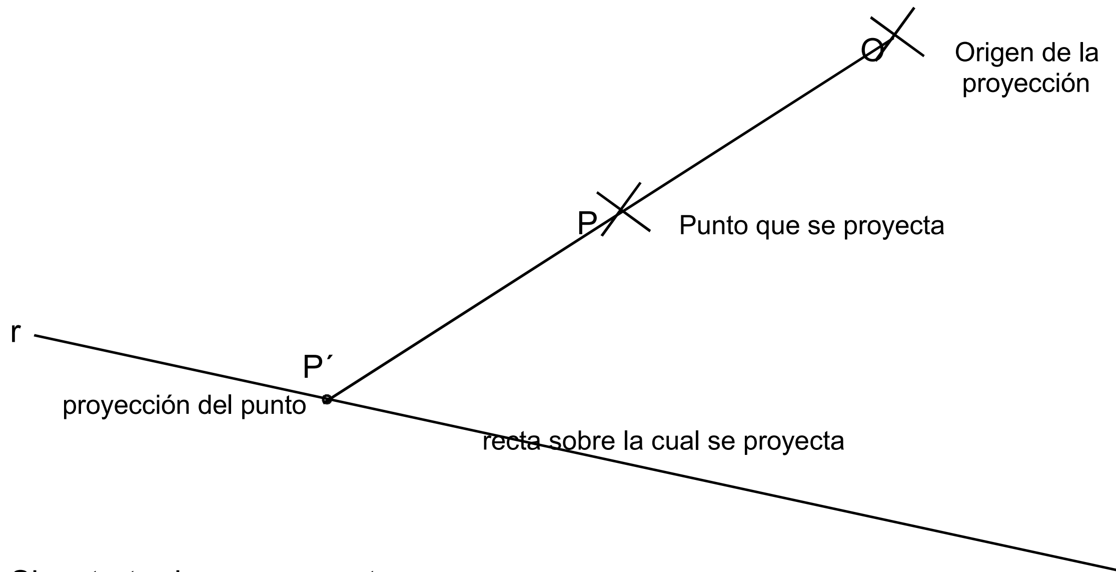
Si queremos proyectar un segmento, se proyectan sus extremos y la proyección es el segmento que queda entre las proyecciones de los extremos.

P´Q´ es la proyección ortogonal **sobre r** de PQ



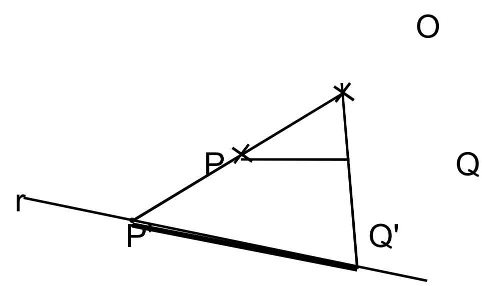
<u>Proyección desde un punto sobre una recta</u>.

En el caso de la sombra que proyecta el sol, no es siempre perpendicular el rayo, sino que es la recta que une el punto con el origen de la proyección.



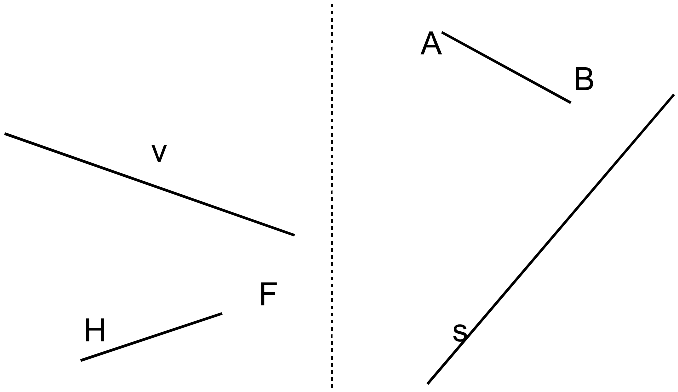
Si se trata de un segmento, se proyectan los extremos :

P´Q´ es la proyección de PQ desde O, sobre la recta r

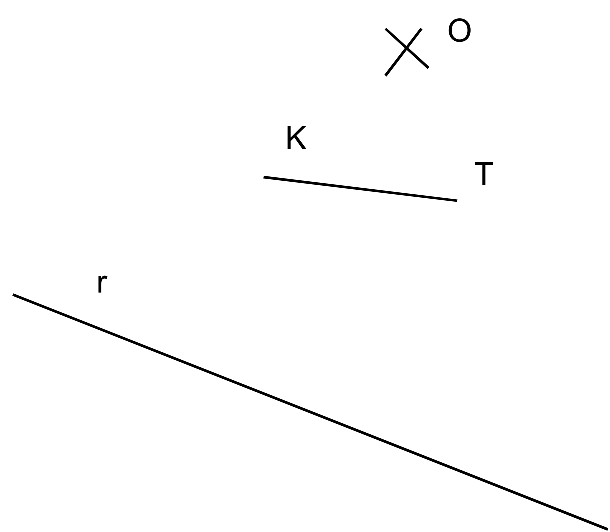


1. Proyecta los siguientes segmentos con proyección ortogonal sobre las rectas

HF sobre la recta v AB sobre la recta s



2. Proyecta el segmento KT desde O sobre r

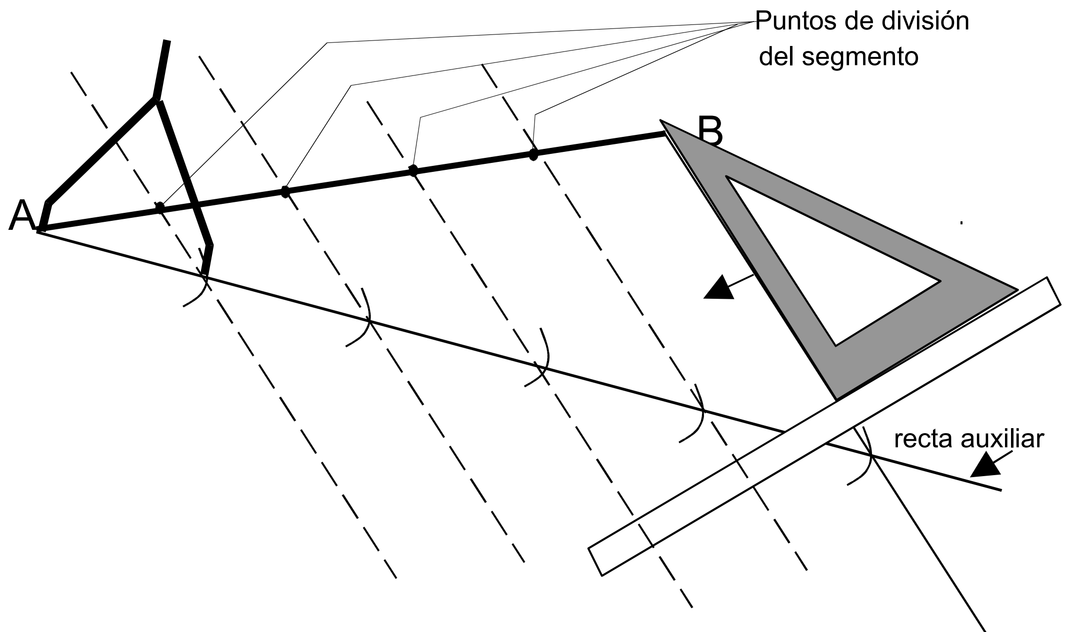


Tema: DIVIDIR UN SEGMENTO EN PARTES IGUALES HOY ES _____________

Necesitas escuadra, regla y compás para este taller. No comiences sino cuando los tengas.

• División de un segmento en varias partes iguales

Tenemos un segmento de recta, por ejemplo el segmento AB, y queremos partirlo en 5 segmentos de igual longitud, sin hacer mediciones.



Instrucciones para dividir un segmento en 5 partes iguales

1. Saliendo de A trazamos una recta auxiliar.
2. Abrimos el compás una medida no muy grande.
3. Ponemos la punta del compás en A y cortamos la recta auxilar con un arco
4. Ponemos la punta del compás en el corte del arco con la recta auxiliar y la volvemos a cortar con otro arco.
5. Repetimos hasta que tengamos 5 (o el número de partes iguales que se quieran) arcos a igual distancia.
6. Unimos el último corte con el extremo B.
7. Con la escuadra y la recta, trazamos paralelas a la recta anterior por los otros puntos de corte de los arcos.
8. Estas paralelas marcan los puntos de división del segmento en partes iguales.

---

1. Sigue las instrucciones anteriores y divide el segmento PQ en 3 partes iguales
Comprueba con el compás que todas las partes hayan quedado iguales entre sí.

P________________________________Q

2. Traza un segmento de recta AB, del largo y dirección que quieras, de manera que quepa en el espacio siguiente. Divídelo en 11 partes iguales siguiendo las instrucciones. Comprueba con el compás.

3. Desde el punto O debes trazar rectas que corten el segmento TR en 7 partes iguales. Haz un plan de trabajo para lograrlo y luego desarróllalo. Comprueba con el compás.

<u>Plan de trabajo</u>:

1º. ______________________________

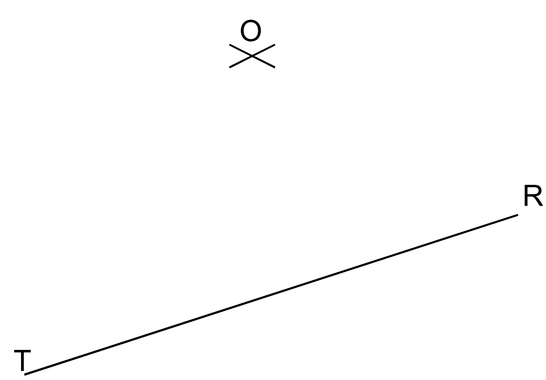
____

____

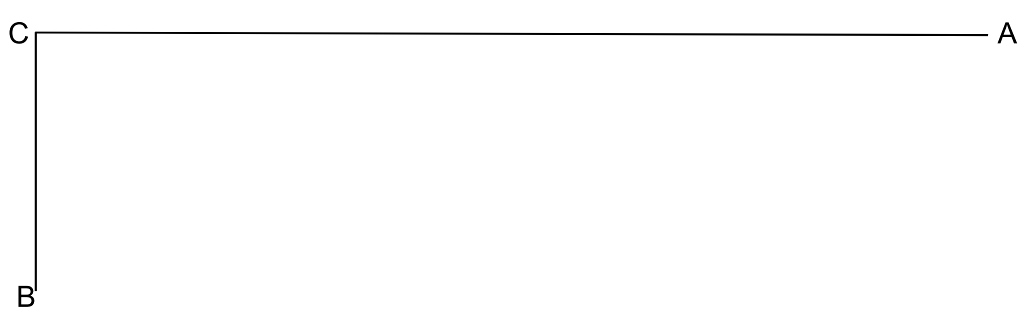
____

____

____



4. Utiliza la recta CA como auxiliar para dividir el segmento CB en 6 partes iguales.



Tema: MEDIDAS Y RAZONES HOY ES _______________

Los seres tienen muchas propiedades; algunas se pueden medir y otras no. Llamamos **magnitud** a una propiedad que se puede medir. Por ejemplo: *la longitud* de una tela, *el peso* de un pedazo de carne, *la edad* de un niño, son magnitudes; en cambio *la alegría* de una persona NO es una magnitud, porque no hay forma de medirla con números y unidades.

La medida de una magnitud siempre es un número seguido del nombre de la unidad en que se midió. Por ejemplo: *la longitud* del patio es de *5 metros*.

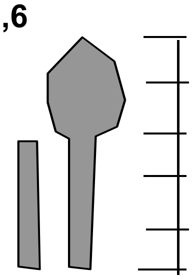
1. Llena el siguiente cuadro:

magnitud	Unidad para medirla	Medida
Edad de un amigo	mes	110 meses
Largo de mi pupitre	centímetro	
Duración de un noticiero	minuto	
Mi peso	Kilo	

RAZÓN ENTRE DOS MAGNITUDES

La **razón entre dos magnitudes** es el cociente o la división entre las dos medidas. Este cociente se puede expresar como una fracción lo más simplificada que se pueda por ejemplo: 3/5; o como el número entero o decimal que resulte al hacer la división por ejemplo 0,6; o escribiendo los dos números en orden con dos puntos entre ellos por ejemplo: 3:5

Te doy un ejemplo: Si un palo mide 3 metros y un árbol mide 5 metros, entonces la **razón** entre la **longitud del palo** y la **longitud del árbol** es **3:5** ó **3/5** ó **0,6**



En una razón es necesario saber el orden en que se toman las dos magnitudes. Generalmente se dice:

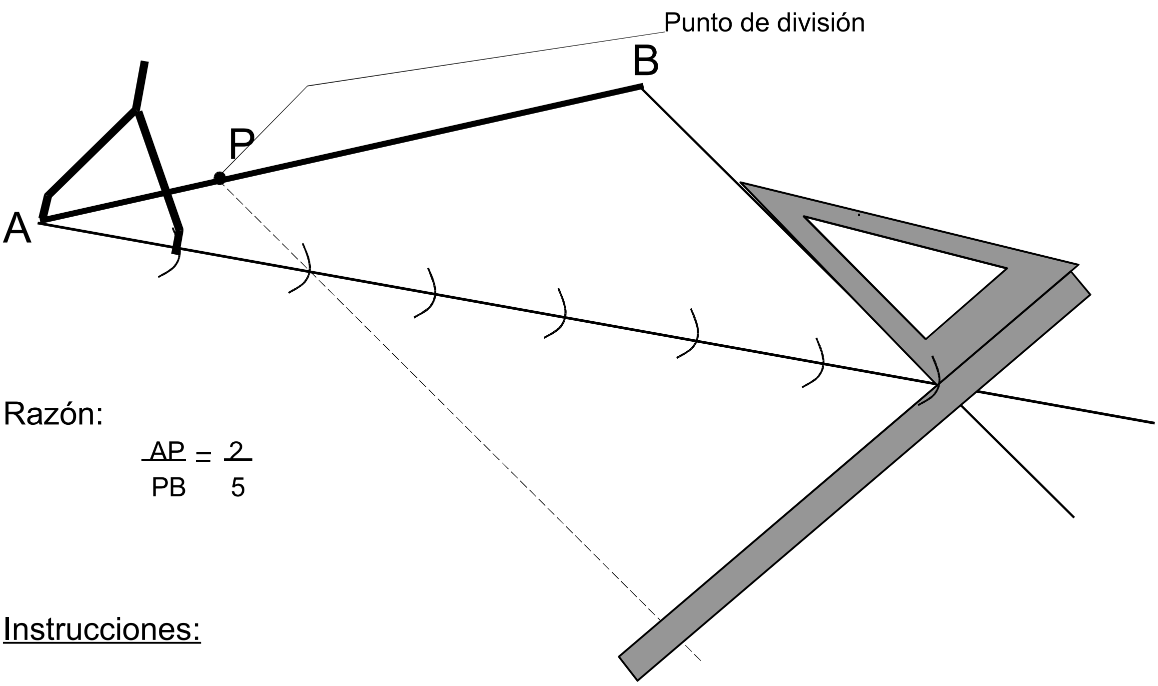
(primera magnitud) ***es a*** *(segunda magnitud)*
como *(primer número de la razón)* ***es a*** *(segundo número de la razón)*

En el ejemplo del palo y el árbol se dice:
longitud del palo <u>es a</u> longitud del árbol <u>como</u> 3 <u>*es a*</u> 5.

En este caso, la razón es 3/5 = 0,6

• **<u>División de un segmento en una razón dada.</u>**

Queremos partir el segmento AB en un punto P de modo que la razón entre las longitudes de AP y de PB sea **2/5**



Razón:

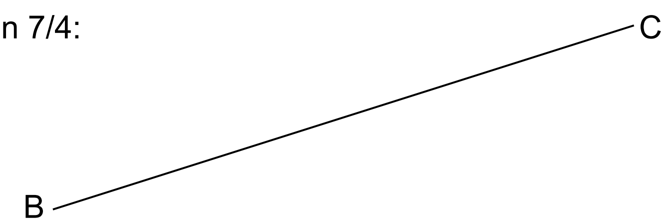
$$\frac{AP}{PB} = \frac{2}{5}$$

<u>Instrucciones:</u>

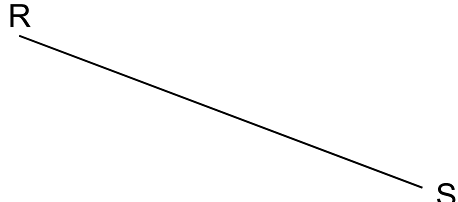
1. Iniciamos como para dividir el segmento en tantas partes iguales como la suma de los dos números de la razón (2+5 = 7) : 7 partes iguales.
2. Solamente trazamos la paralela por la segunda división de la recta auxiliar. El corte es el punto P que divide al segmento en la razón 2/5

---

2. Divide el segmento BC en la razón 7/4:



3. Divide el segmento RS en la razón 1/3



Tema: PROPORCIONES HOY ES _______________

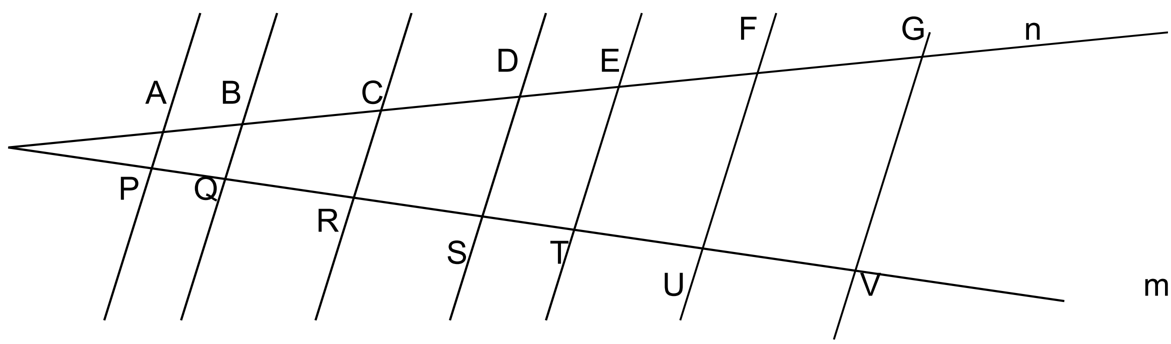
Cuando dos razones son iguales, forman una ***PROPORCIÓN***.

El gran sabio Thales de Mileto descubrió y demostró, hace más de dos mil años, cuando era muy joven, que siempre que dos rectas se cortan con algunas paralelas, resultan proporciones entre los segmentos correspondientes de las rectas.

El dibujo siguiente muestra las rectas n y m cortadas por un grupo de paralelas.

Los puntos de corte de las paralelas con la transversal *n* son A,B,C,D,E,F,G.

Los puntos de corte de las paralelas con la transversal *m* son P,Q,R,S,T,U,V.



Para ubicar una proporción entre los segmentos que se determinaron con todos los puntos de corte, es suficiente señalar dos segmentos de una de las transversales y los correspondientes de la otra.

Tomemos en la recta *n* los segmentos **BC** y **DE**
Los segmentos correspondientes en la recta m son **QR** y **ST**
Entonces podemos estar seguros de que las razones BC/DE y QR/ST son iguales.

Al escribir esta igualdad se tiene la PROPORCIÓN: $\frac{BC}{DE} = \frac{QR}{ST}$,o, BC/DE = QR/ST

Esta proporción también se puede escribir así: **BC:DE : : QR:ST**, usando dos puntos en lugar de la raya o signo de división y dos veces dos puntos en lugar del signo igual.

1. Vuelve a leer lo anterior y cuando lo tengas bien claro, completa las proporciones que siguen:

TU/PQ = __________________________; AB/EG = _________________________

FG/BD = __________________________; RS/RU = __________________________

Cuarta Proporcional:

En una proporción siempre aparecen 4 magnitudes. La última que se escribe se llama *"cuarta proporcional de las otras tres"*.

Cuando tenemos tres segmentos, podemos encontrar el cuarto segmento para formar una proporción, usando las paralelas y transversales según lo demostró Thales de Mileto.

Para hacer más sencilla la escritura, podemos nombrar cada segmento con una sola letra minúscula.

Por ejemplo, si tengo los siguientes segmentos y quiero encontrar un segmento d que complete la proporción: a/b = c/d

Segmento a=

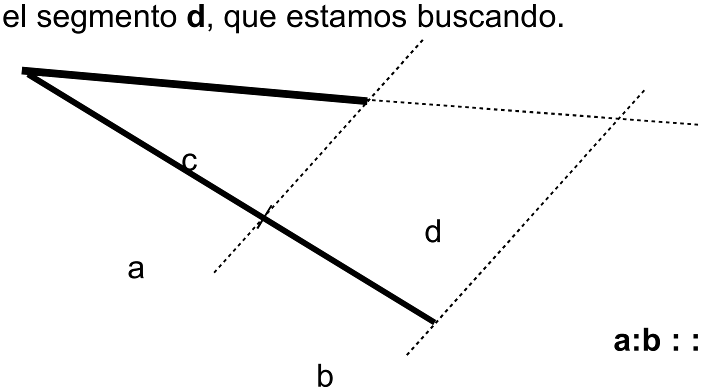
Segmento b=

Segmento c=

Segmento d=?

Los pasos de esta construcción están dados por las instrucciones siguientes:

1. Trazar dos rectas que tengan un punto común, para facilitar las cosas.
2. Sobre una de esas rectas, a partir del punto común marcamos un segmento igual al segmento **a** y a continuación marcamos el segmento **b**.
3. Sobre la otra recta, a partir del punto común, marcamos el segmento **c**.
4. Por el punto que divide el segmento a y el segmento b, trazamos una recta que llegue al punto final del segmento c.
5. Por el punto final del segmento b trazamos una paralela a la recta anterior.
6. El punto de corte de esta paralela con la recta donde está c, es el otro extremo del segmento **d**, que estamos buscando.



a:b : : c:d

es la proporción buscada

2. Aplica el procedimiento anterior y completa la proporción: **m/n = o/p**

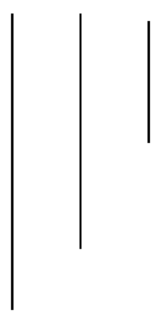
Segmento m

Segmento n:

Segmento o:

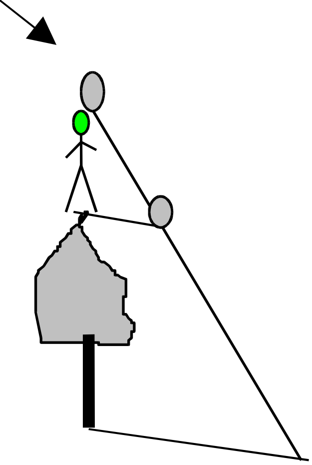
3. Busca un segmento que sea cuarta proporcional de los siguientes y escribe la proporción resultante.

t r v



4. Un niño se sube a un árbol para alcanzar un globo. La cuerda tiene dos globos y se forma la figura que ves en el dibujo

Altura del árbol **a**: (4,5 metros)
Largo de la cuerda hasta el primer globo **b**: (5,5 metros)
Largo de la cuerda entre los dos globos **c**: (1,6 metros)
Altura del niño **n** (x metros)

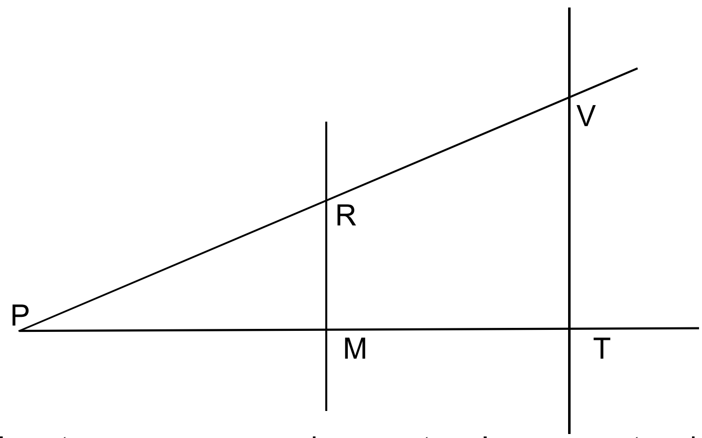


Escribe una proporción usando las magnitudes:

Encuentra la altura del niño y comprueba el resultado reemplazando los datos en la proporción.
Haz todas las operaciones por aquí.

Tema: PROPORCIONES HOY ES _______________

Además de las proporciones entre segmentos que vimos en el taller anterior, Thales de Mileto también descubrió y demostró otras proporciones que tienen gran utilidad en la vida práctica. Mira con atención el siguiente dibujo y las dos proporciones que aparecen:

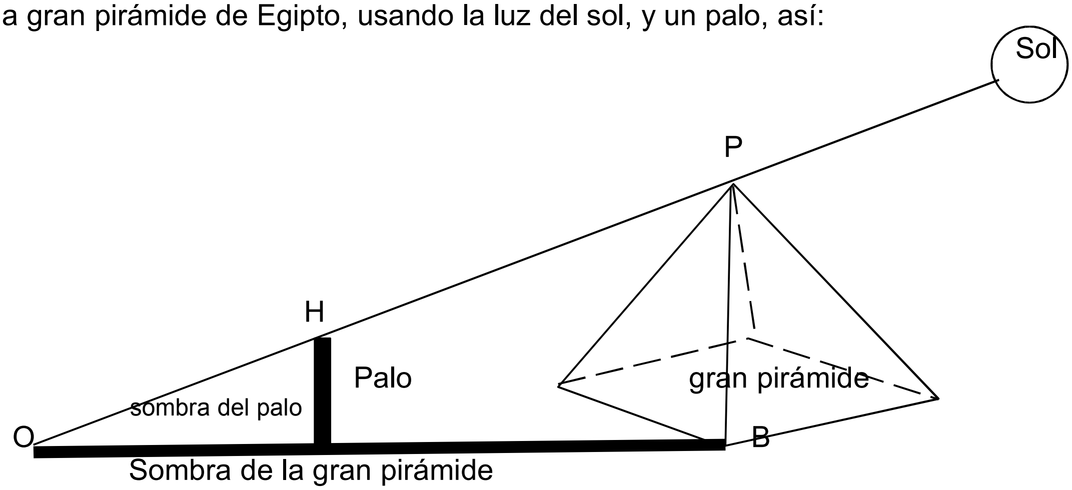


VT / RM = PT/ PM

VT / RM = PV/PR

En estas nuevas proporciones entran los segmentos de las paralelas, y los segmentos de las transversales desde el punto P hasta cada una de las paralelas.

Con una de estas proporciones, Thales de Mileto, siendo niño, pudo encontrar la altura de la gran pirámide de Egipto, usando la luz del sol, y un palo, así:



La proporción, de acuerdo con lo que Thales demostró es la siguiente:

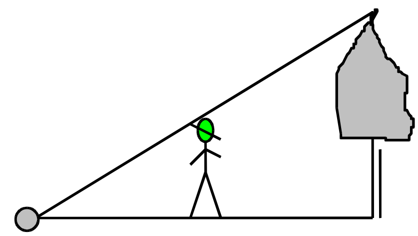
$$\frac{sombra\ del\ palo}{sombra\ de\ la\ pirámide} = \frac{altura\ del\ palo}{altura\ de\ la\ pirámide}$$

Como es fácil medir las dos sombras y la altura del palo, entonces se aplica la regla del producto en cruz para fracciones iguales y se despeja la altura de la pirámide.

1. Si el palo mide 2 metros y su sombra 5 metros, y la sombra de una pirámide es de 200 metros, cuál es la altura de esa pirámide?

2. Aplica proporciones para encontrar la altura del niño si:

Altura del árbol: 4,5 metros
Distancia de la base del árbol al balón: 6,2 metros
Distancia del niño al balón: 2,1 metros



3. Para hacer dibujos a escala tiene que existir proporción entre las longitudes del original y del dibujo. Si quieres hacer un dibujo de una puerta que tiene 2 metros de altura por 1,20 de ancho, de modo que la altura del dibujo sea de 6 centímetros, ¿Cuál debe ser el ancho?

____

Haz las operaciones y el dibujo de tu puerta aquí mismo.

4. Para cierta competencia fue elegido don José que tiene 1,80 metros de altura y Pablito que tiene 1,20 metros de altura. Se necesitan dos mujeres cuyas alturas formen proporción con las de don José y Pablito. Si se escoge a Teresa quien mide 1,65 metros de altura debes calcular cuánto debe medir la compañera.

Haz un dibujo que muestre la proporción y las operaciones aquí mismo.

5. En un negocio los que aportan deben ganar en proporción al capital que invirtieron. Si Don Matías invirtió 350.000 pesos y ganó 80.000, ¿Cuánto deberá ganar Don Felipe que invirtió 500.000 pesos?

Tema: FIGURAS SEMEJANTES HOY ES _______________

Dos figuras son semejantes cuando conservan la forma aunque cambie su tamaño. La semejanza es lo que nos permite reconocer un mapa de Colombia, sea en un gran cuadro o en uno muy pequeño.

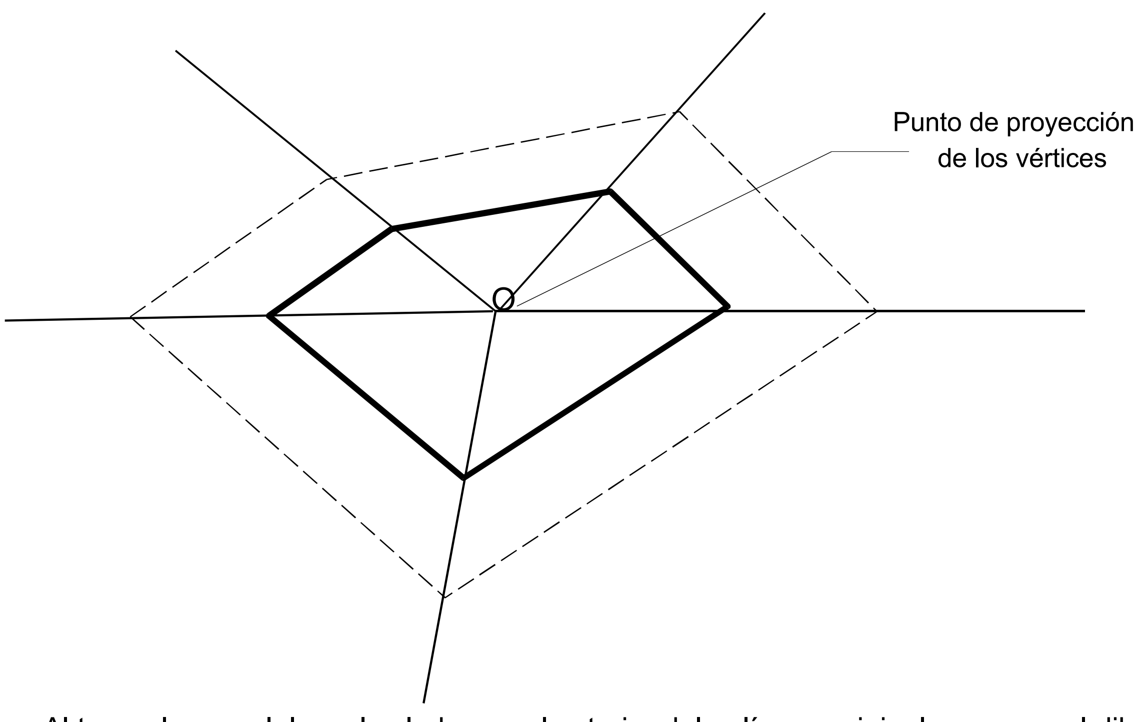
Para que dos figuras sean semejantes deben cumplir varias condiciones, entre las cuales está la de que sus longitudes correspondientes sean proporcionales.

Ampliar o reducir una figura es encontrar otra que sea semejante a la primera pero en mayor o menor tamaño, según el caso.

Aquí vamos a ver cómo se pueden ampliar o reducir polígonos con un método muy simple que se puede utilizar en muy diversas aplicaciones.

Una forma fácil de hacer otros polígonos semejantes a uno que tenemos, es proyectar los vértices desde un punto que puede estar dentro o fuera del polígono y trazar <u>paralelas</u> a los lados del polígono, que se corten sobre las rectas de proyección del punto.

Ejemplo: Proyección desde un punto interior del polígono

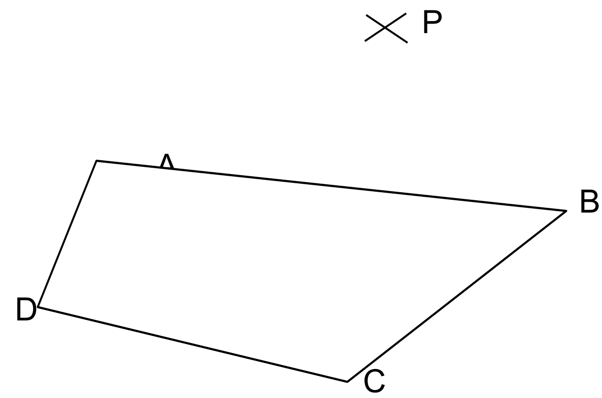


Al trazar las paralelas a los lados en el exterior del polígono original, como en el dibujo, se obtiene una ampliación.

Si las paralelas a los lados del polígono se trazan en el interior del polígono, se obtiene una reducción.

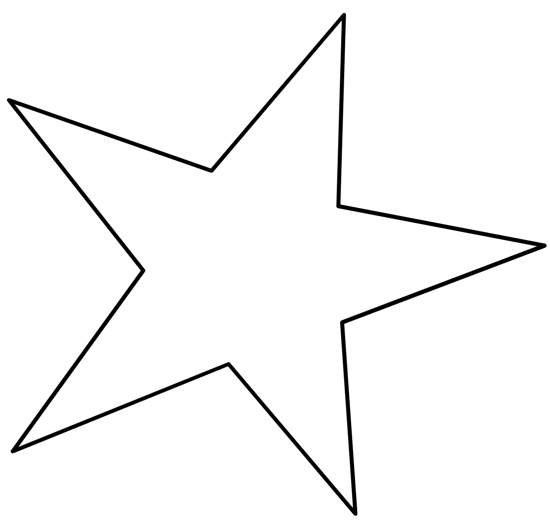
1. Traza una reducción del polígono en el dibujo del ejemplo.

2. Proyecta los vértices
del cuadrilátero ABCD
desde el punto P (exterior)
y traza paralelas a los lados,
para formar otros dos cuadriláteros:
uno de tamaño menor y otro de
tamaño mayor que el polígono original.



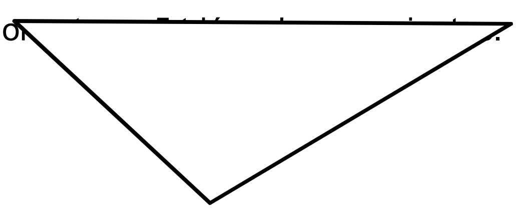
Con el método anterior puedes obtener una "familia" de polígonos semejantes a uno que que quieras reproducir en diferentes tamaños.

3. Encuentra en una proyección desde un punto interior, 5 estrellas semejantes. (Dos más pequeñas y 3 más grandes.



---

4. Proyecta el triángulo desde un punto exterio [illegible]
Dos más pequeños y 3 más grandes que él



Tema: REPASO DE TRIÁNGULOS HOY ES _______________

La importancia de los triángulos en todas las ciencias es grande, por eso es necesario tener presentes las características fundamentales de ellos.

Las principales propiedades que tienen *todos los triángulos* son:

I. La suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180º

II. Cada lado de un triángulo es menor que la suma de los otros dos.

III. El lado que se opone al ángulo mayor es el lado mayor.

Como consecuencia de la propiedad I, resulta que si un triángulo tiene un ángulo recto, o un ángulo obtuso, los otros dos ángulos tienen que ser agudos.

---

1. Piensa en lo que dice el párrafo anterior, y completa:

Si el ángulo C del triángulo ABC es un ángulo recto, ese ángulo mide _______ ,

entonces, la suma de los ángulos A + B tiene que ser ________ .

Por tanto cada uno de los ángulos A y B tiene que medir menos de _______ y en

consecuencia cada uno de ellos es un ángulo ____________

2. Dibuja el triángulo MNP con

un ángulo obtuso en M y completa:

M es obtuso, entonces mide más de _________. Puesto que la suma de los tres

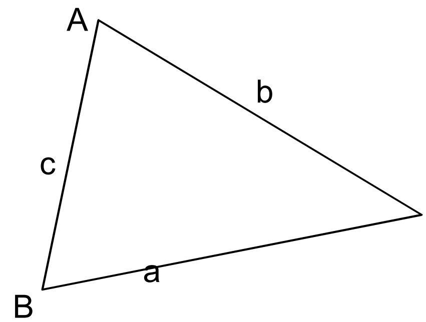
ángulos M, N, P es _________, entonces la suma de los ángulos N + P tienen que

ser ______________ de 90º. Para que esto se cumpla, tanto el ángulo N como el

ángulo P son __________________________

Repasa los métodos de construcción de triángulos antes de resolver el punto 3

3. En cada uno de los siguientes casos debes examinar los datos para ver si se puede construir un triángulo con esas medidas.
Si se puede, debes construirlo.
Si no se puede debes explicar por qué.
C
(a,b,c lados; A,B,C vértices y ángulos respectivamente opuestos a los lados)



En la línea que aparece debajo de los datos debes escribir "Si se puede construir" o "No se puede construir", según el caso.

En la parte posterior de algunas páginas de este cuaderno, escribe los datos y construye cada uno de los triángulos.

Explica por qué en los casos de los que NO se pueden construir.

a) a = 5cm; b = 7cm; c = 2cm

b) a = 10cm; b= 8cm; c= 3cm

c) a = 6cm; c= 2cm; B = 73º

d) b = 7cm; A = 106º ; C = 80º

e) a = 11cm; B = 120º; C = 35º

f) b = 9cm ; c= 7cm; A = 90º

g) a = 15cm; b= 12 cm; c = 6cm

h) a = 4cm, b= 8c, C = 112º

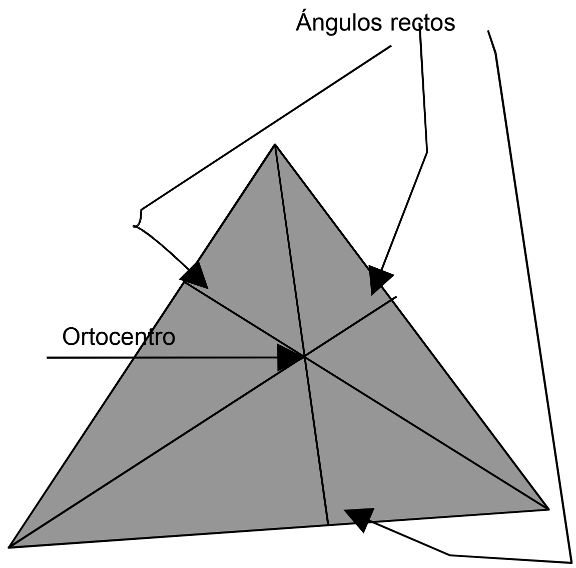
4. Inventa datos de 3 triángulos que se puedan construir y de 3 triángulos que no se puedan construir. Explica por qué, por el reverso de la hoja.

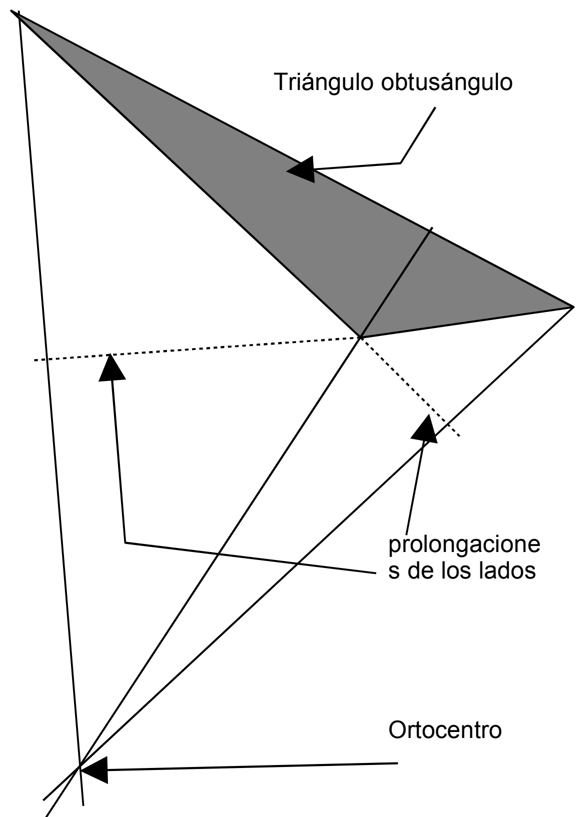
Tema: OTRAS LÍNEAS EN EL TRIÁNGULO HOY ES _______________

Además de los 3 lados, un triángulo tiene otras líneas importantes que son:

A. Las alturas: Son las perpendiculares desde cada vértice hasta el lado opuesto. Las 3 alturas de un triángulo se cortan en un punto que se llama ORTOCENTRO.

Si el triángulo tiene un ángulo obtuso, para trazar la altura desde el vértice de un ángulo agudo es necesario prolongar el lado opuesto, y el ortocentro resulta fuera del triángulo.

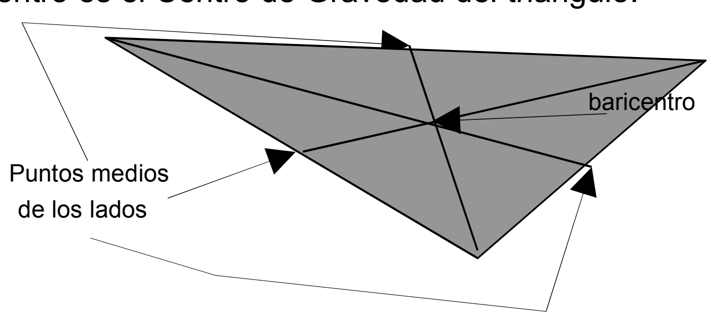




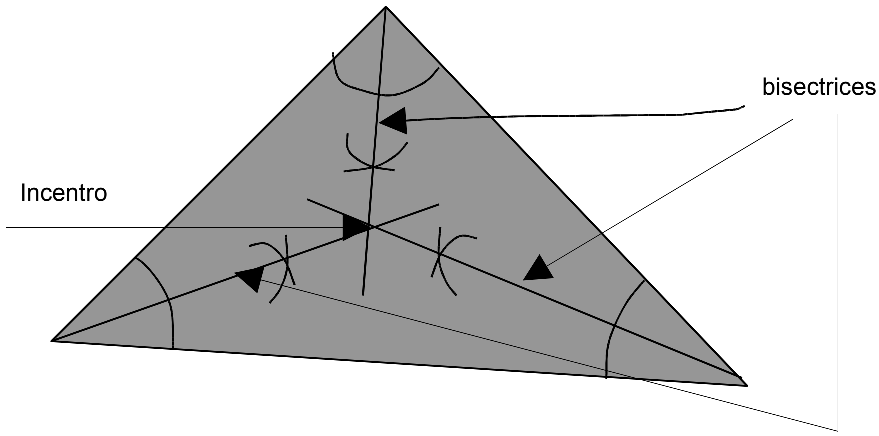
1. En otra hoja dibuja un triángulo con sus tres ángulos agudos, otro con un ángulo recto y otro con un ángulo obtuso. Traza con la escuadra las alturas e identifica el ortocentro de cada uno, marcándolo con una O.

B. Las medianas: Son las rectas que van desde cada vértice al punto medio del lado opuesto. Se cortan en un punto llamado BARICENTRO. Si el triángulo se corta de una lámina uniforme, el baricentro es el Centro de Gravedad del triángulo.

2. Dibuja un triángulo, traza las medianas e identifica el baricentro con una B.
Usa otra página

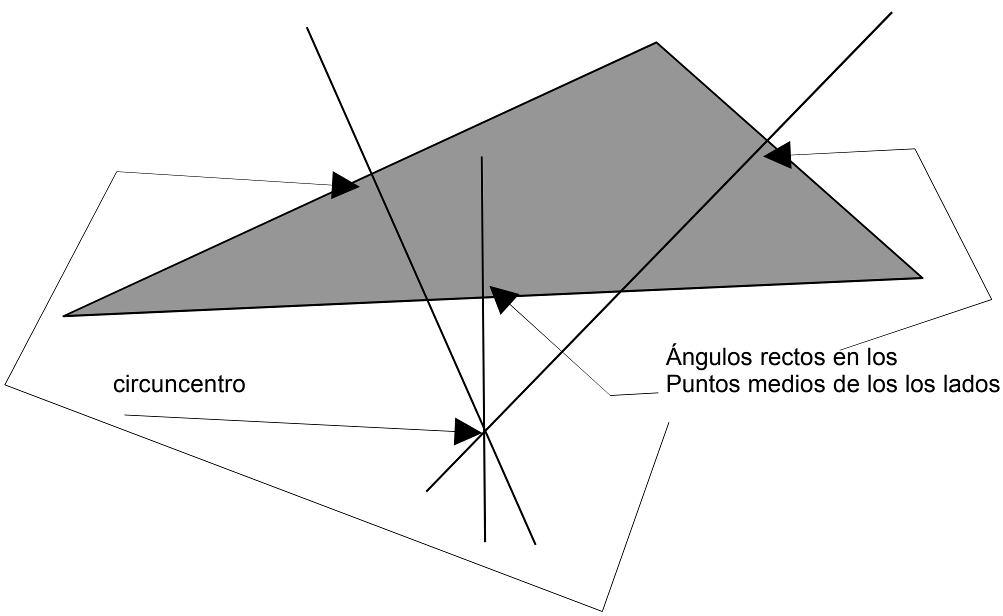


C. Las bisectrices: Son las rectas bisectrices de los tres ángulos del triángulo. Se cortan en un punto que se llama INCENTRO.



3. Encuentra el incentro de un triángulo obtusángulo. Márcalo con I. Usa otra página.

D. Las mediatrices: Son las rectas perpendiculares a los lados en sus puntos medios. Se cortan en un punto llamado CIRCUNCENTRO.

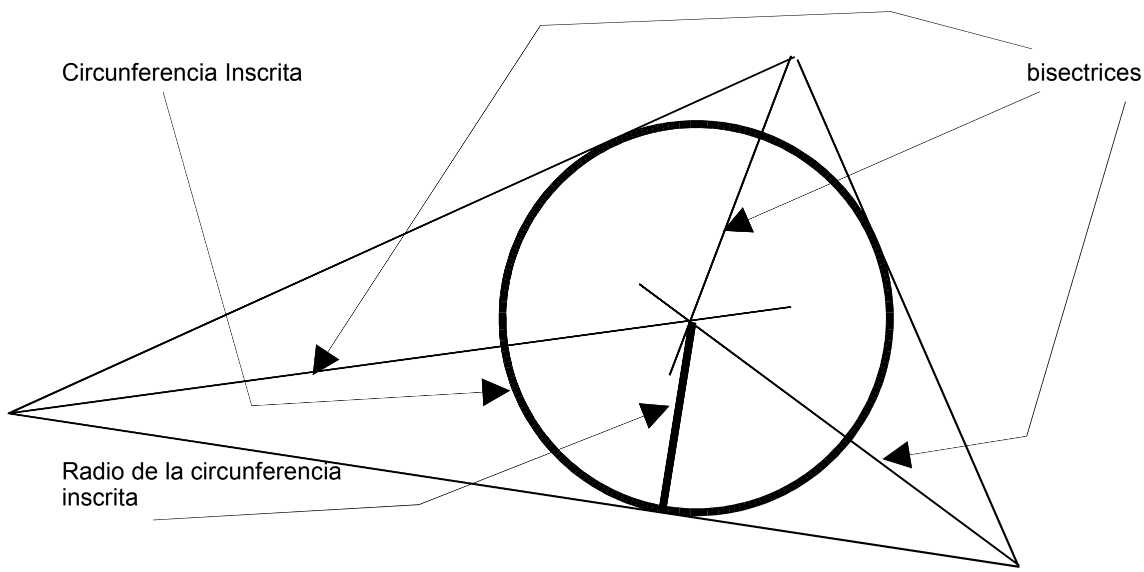


Cuando el triángulo es equilátero, las alturas, las medianas, las bisectrices y las mediatrices coinciden y su punto de corte es el centro geométrico del triángulo.

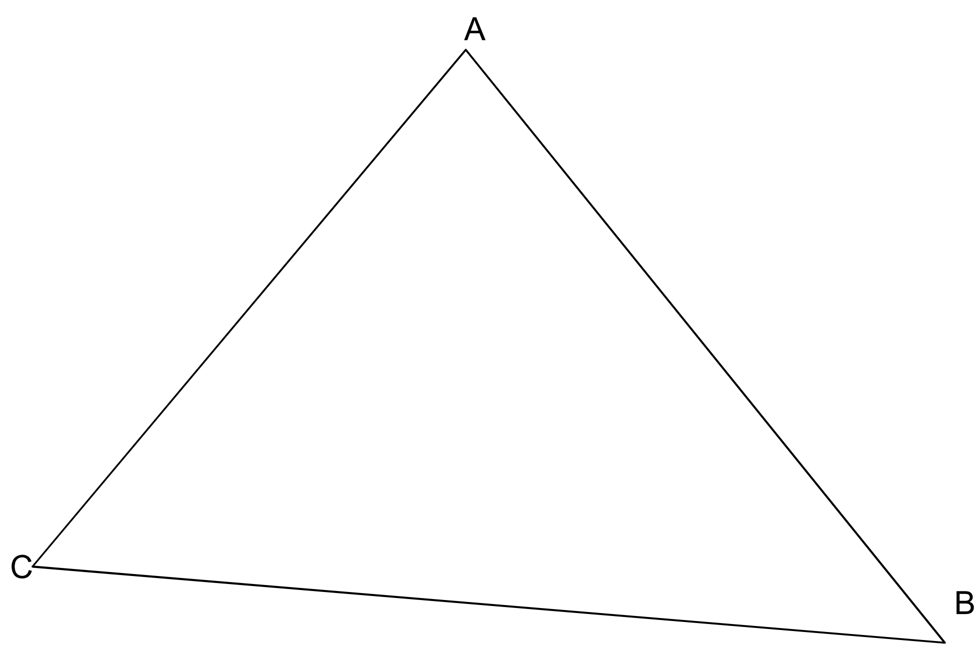
4. Traza en otra hoja un triángulo equilátero de 10 cm de lado y en él todas las líneas que acabas de conocer, usando los métodos aprendidos para hacerlo. Marca con C el punto de corte.

Tema: CIRCUNFERENCIAS Y TRIÁNGULOS HOY ES ________________

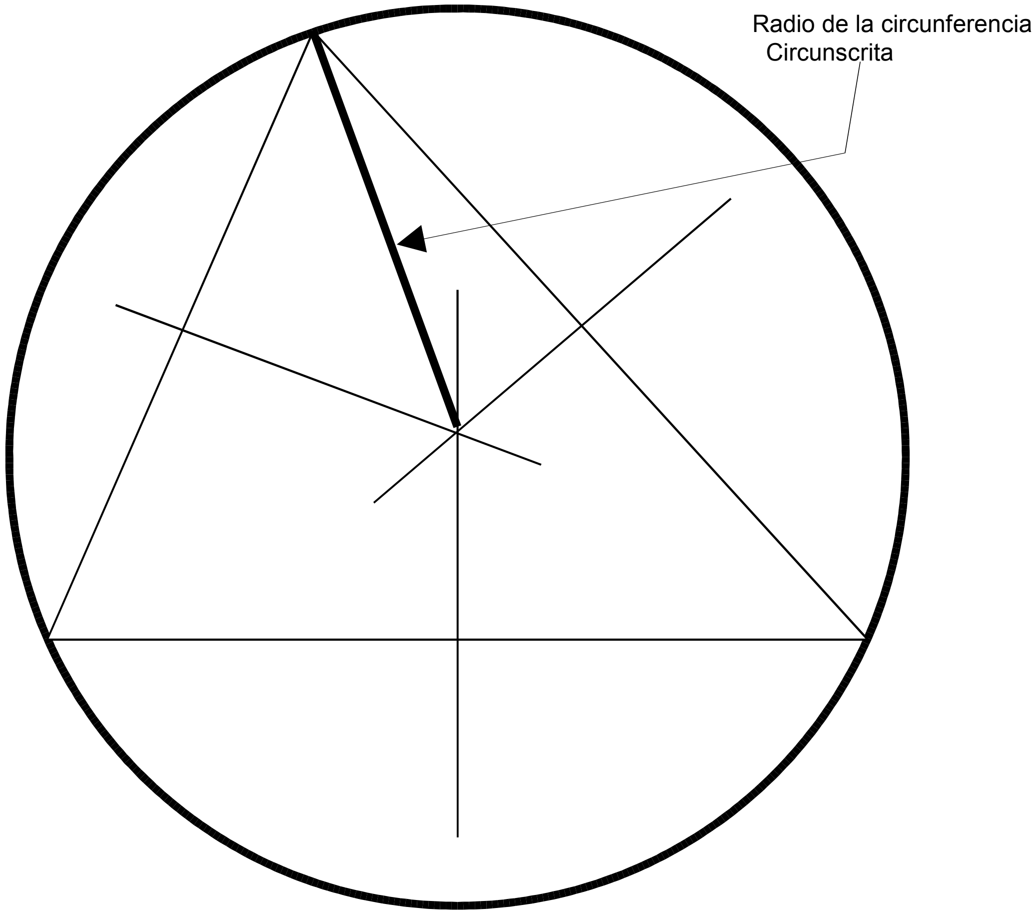
El Incentro de un triángulo es el centro de una circunferencia interior que es tangente a los tres lados del triángulo y que se llama CIRCUNFERENCIA INSCRITA en el triángulo. El radio es la medida de la perpendicular desde el incentro hasta un lado cualquiera del triángulo.



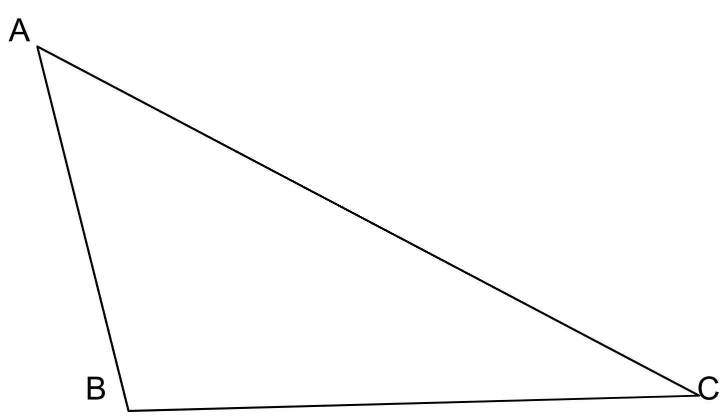
1. Usando el compás y la regla, traza las bisectrices del triángulo ABC, encuentra el Incentro. Márcalo con I.
Desde el Incentro, usando la escuadra, traza la perpendicular a un lado triángulo. Con ese radio, traza la circunferencia inscrita.



El Circuncentro es el centro de la circunferencia que pasa por los tres vértices de un triángulo. El radio es la medida de la distancia que va del circuncentro a cualquiera de los vértices



2. Usando el compás y la regla, traza las mediatrices del triángulo ABC y la circunferencia circunscrita.



Tema: LOS TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS HOY ES _______________

Los triángulos rectángulos tienen propiedades muy especiales que importa mucho estudiar en forma separada.

1. Completa:

Si dos ángulos suman 90º, se dice que son _______________________________

Los dos ángulos agudos de un triángulo rectángulo suman _______

Por tanto, los dos ángulos agudos de un triángulo rectángulo son _____________

2. Construye aquí un triángulo cuyos lados midan: a = 6cm, b = 8cm, c = 10cm

Mide los ángulos:

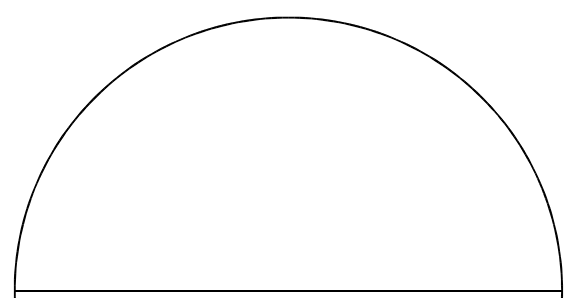
ángulo A = ________

ángulo B = ________

ángulo C = ________

¿Cómo resultó el triángulo? _________________________________

3. Completa la siguiente construcción: con base en el semicírculo del dibujo.



- Marca los extremos del diámetro con las letras A, B.
- Elige un punto cualquiera sobre la línea de la semicircunferencia.
- Llama C a este punto.
- Une los puntos para formar el triángulo ABC

Mide los ángulos del triángulo.

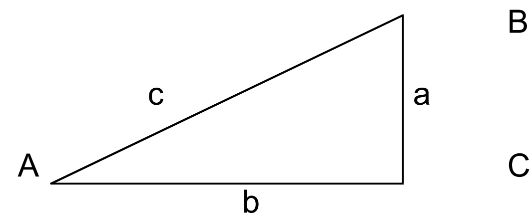
ángulo A = _______ ; ángulo B = ________ ; ángulo C = ________

¿Cómo resultó el triángulo? ____

4. Repite en otras hojas el ejercicio anterior trazando 5 semicircunferencias de diferentes radios y en distintas posiciones. Saca una conclusión acerca de estos triángulos.

Lados del triángulo rectángulo

Los lados del triángulo rectángulo tienen nombres especiales:

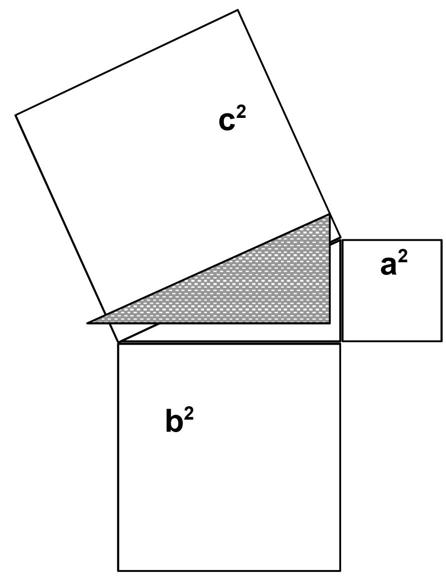


Los dos lados **"a"**, **"b"**, que forman el ángulo recto se llaman **"catetos"**
El lado **"c"** opuesto al ángulo recto se llama **"hipotenusa"**

Teorema de Pitágoras

Pitágoras que fue un gran pensador y matemático griego. Él descubrió la propiedad del triángulo rectángulo que lleva el nombre de "Teorema de Pitágoras".
Dice así:

"El cuadrado de la hipotenusa del triángulo rectángulo es equivalente a la suma de los cuadrados de los catetos"



El Teorema de Pitágoras como una fórmula

$$\boxed{a^2 + b^2 = c^2}$$

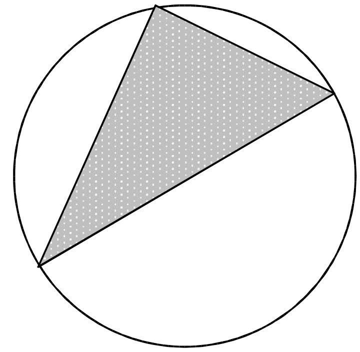
Si un triángulo cumple esta igualdad, entonces es un triángulo rectángulo.

Por ejemplo, el triángulo del ejercicio 2 debió resultarte rectángulo porque:

$$6^2 + 8^2 = 10^2$$

$$36 + 64 = 100$$

5. Mide los lados de todos los triángulos rectángulos que has dibujado en este taller y comprueba que son rectángulos y que en todos se cumple el teorema de Pitágoras.



Un triángulo que tiene un lado sobre el diámetro de una circunferencia y el vértice opuesto en un punto de la circunferencia, es un **triángulo inscrito en una semicircunferencia** y siempre es rectángulo, con el diámetro como hipotenusa.

Revisa los triángulos de los ejercicios 3 y 4 y comprueba que son rectángulos y que cumplen el Teorema de Pitágoras.

Con el Teorema de Pitágoras se pueden resolver en forma numérica muchos problemas de triángulos rectángulos.

Por ejemplo:

- Si conoces los catetos de un triángulo rectángulo que miden 5cm y 7cm y quieres saber cuánto mide la hipotenusa.

Debe cumplirse: $5^2 + 7^2 = c^2$ entonces: $c^2 = 25 + 49$; esto es: $c^2 = 74$

y la medida de la hipotenusa es $c = \sqrt{74}$, entonces **c = 8,6cm**

- Si sabes que un triángulo rectángulo está inscrito en una semicircunferencia de 6.5 cm de radio y que uno de los catetos mide 5 cm, quieres saber cuál es la medida del otro cateto.

La hipotenusa del triángulo inscrito en una semicircunferencia es igual al diámetro. En este caso $c = 13$.

Escribimos la igualdad del teorema de Pitágoras: $c^2 = a^2 + b^2$,

reemplazamos lo que conocemos: $(13)^2 = 5^2 + b^2$, o sea, $169 = 25 + b^2$

Encontramos $b^2 = 169 - 25$; esto es igual a 144. queda $b^2 = 144$, entonces

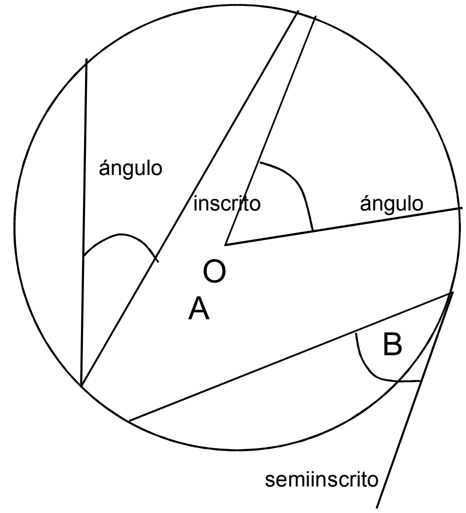
$b = \sqrt{144}$, lo que nos da **b = 12**

6. Traza en un formato el triángulo del ejemplo anterior y comprueba el resultado midiendo todos los lados.

7. Encuentra el lado que falta en los siguientes triángulos rectángulos:

a) $a = 5$; $b= 6$; b) $b = 1$; $c = 2$; c) $a = 15$; $b = 20$; d) $a = 3$, $b =4$

Tema: ÁNGULOS EN LA CIRCUNFERENCIA HOY ES _______________



Un **ángulo central** tiene vértice en el centro de la circunferencia y sus lados son dos radios.

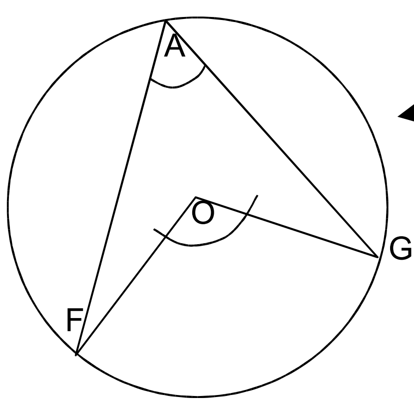
Un **ángulo inscrito** tiene vértice en un punto de la circunferencia y sus lados son dos cuerdas.
central

Un **ángulo semiinscrito** tiene vértice en un punto

de la circunferencia y sus lados son una cuerda y la tangente a la circunferencia en ese punto.
ángulo

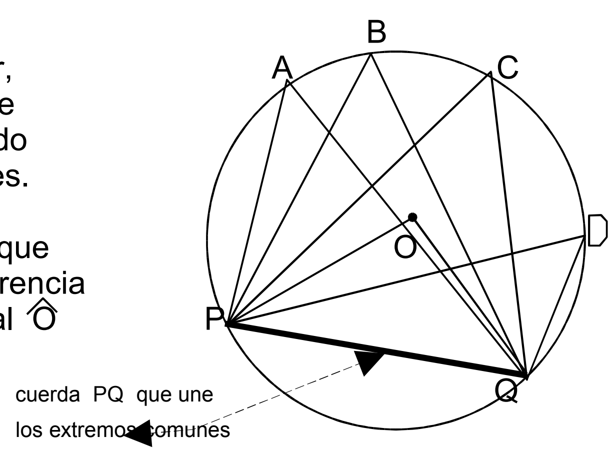
Propiedades especiales:

1.



Si un ángulo central y un ángulo inscrito tienen los mismos extremos sobre la circunferencia, entonces el ángulo central es el doble del ángulo inscrito.

F, G : extremos de los ángulos $\widehat{O}$ y $\widehat{A}$
ángulo O : central
ángulo A : inscrito
De modo que: $\widehat{O} = 2 \cdot \widehat{A}$

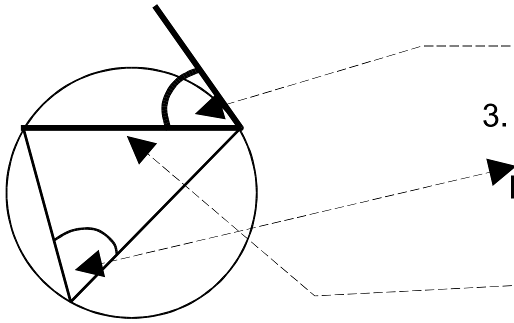


2. Como consecuencia de la propiedad anterior, Todos los ángulos inscritos en el mismo arco de una circunferencia (los que están del mismo lado de la cuerda que une sus extremos), son iguales.

Los ángulos $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$, $\widehat{D}$ son iguales entre sí porque están inscritos en un mismo arco de la circunferencia y todos son iguales a la mitad del ángulo central $\widehat{O}$

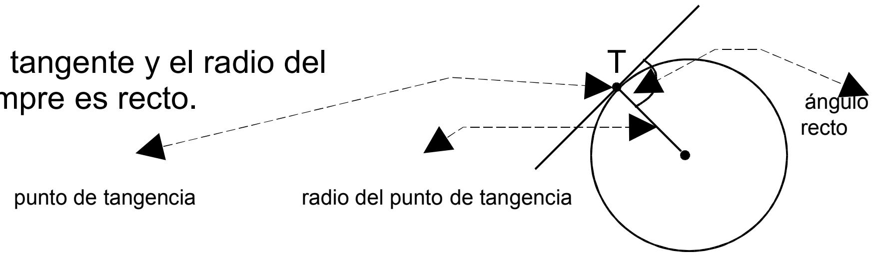
¿En qué arco se incribe un

ángulo recto? _____________________



3. El ángulo semiinscrito es igual al ángulo inscrito que tiene como extremos los extremos de la cuerda del semiinscrito.

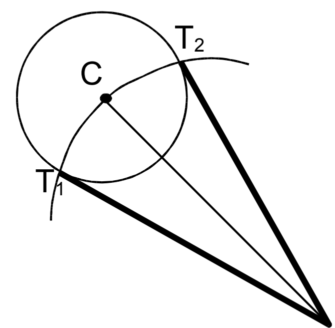
4. El ángulo entre una tangente y el radio del punto de tangencia siempre es recto.



Una recta tangente solamente toca un punto de la circunferencia. Una recta secante, corta la circunferencia en dos puntos.

<u>Trazado de tangentes a una circunferencia</u>.

Desde un punto exterior se pueden trazar dos tangentes a una circunferencia.



Instrucciones:

1. Unir el punto P con el centro C de la circunferencia.
2. Trazar un arco con centro en P y radio PC
3. Los puntos de corte del arco con la circunferencia
P
   son los puntos de tangencia
4. Unir P con los puntos de tangencia T_1 y T_2

Ejercicios:

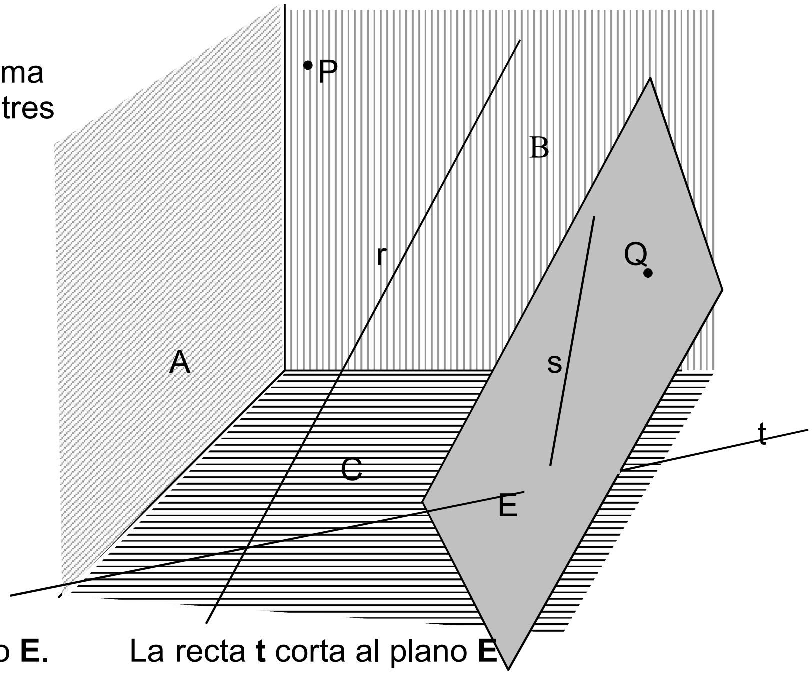
1. En una cirunferencia traza un ángulo central O de 100º y 5 ángulos inscritos que tengan los mismos extremos de O sobre la circunferencia. Mídelos y comprueba que se cumple la propiedad No. 1.

2. Dibuja una circunferencia de 1.2 cm de radio y un punto exterior M. Construye las dos tangentes desde el punto M.

Tema: RECTAS Y PLANOS EN EL ESPACIO HOY ES _______________

Observa la figura: es una forma de representar el espacio de tres dimensiones en el cual nos movemos.

En este espacio vemos:
puntos como P, Q,
rectas como r, s, t
y planos como A, B, C, E



La recta **s** está en el plano **E**

La recta **r** es paralela al plano **E**. La recta **t** corta al plano **E**

El punto **P** está en el plano **B**, El punto **Q** está en el plano **E**

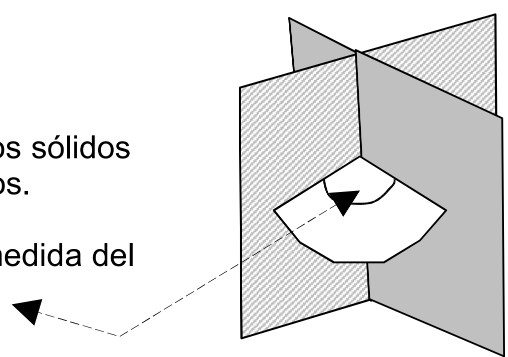
1. Dibuja: los puntos **H** y **J** en el plano A, una recta **v** en el plano B, una recta **n** que corte el plano C

2. Construye con cartulina un espacio, parecido al del dibujo. Marca con letras mayúsculas los planos y los puntos. Representa las rectas con hilos de modo que puedas ver en forma práctica los cortes con los planos.

<u>Corte de dos planos: ángulo diedro</u>

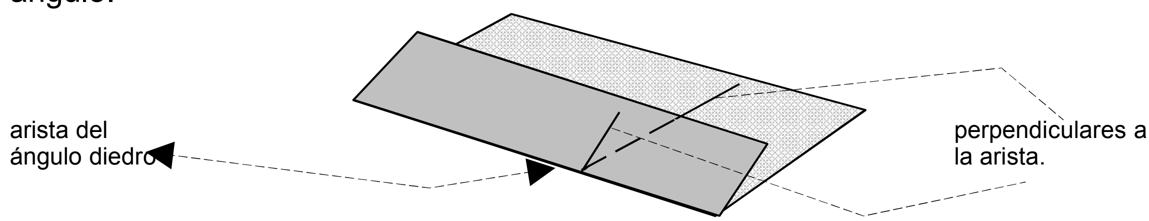
Dos planos que se cortan forman cuatro ángulos sólidos que se llaman ángulos diedros o ángulos sólidos.

La abertura de las dos hojas del ángulo es la medida del mismo.



Para tomar la medida del ángulo diedro, es necesario trazar perpendiculares por un mismo punto, sobre los dos planos, a la recta que queda en el fondo.

Esa recta es el corte de los dos planos que forman el ángulo y se llama **la arista** del ángulo.



3. Construye con cartulina o cartón un ángulo diedro de 60º

4. Con dos cartulinas, haciendo una ranura conveniente, representa el corte de dos planos. Identifica la arista que es común para los cuatro ángulos diedros. Mide los ángulos y verifica si cumplen la misma propiedad de los ángulos opuestos por el vértice que tú conoces.

5. Dibuja a continuación el ángulo diedro que construiste y también los dos planos que se cortan formando 4 diedros. Anota las medidas de los ángulos diedros.

Tema: ÁNGULOS SÓLIDOS Y POLIEDROS HOY ES _______________

Un **ángulo poliedro** es un ángulo sólido que se forma cuando se cortan más de 2 planos en un punto común. El mínimo número de planos que se deben cortar para formar un ángulo poliedro es 3.

T: ángulo poliedro de 3 caras V: ángulo poliedro de 4 caras

El punto común a los planos es el **vértice** del ángulo poliedro.

Cada **cara** de un ángulo poliedro es un ángulo plano, menor que 180º.

La suma de las caras de un ángulo poliedro es siempre menor que 360º

1. Construye con cartulina ángulos poliedros de 3, 4 y 5 caras.

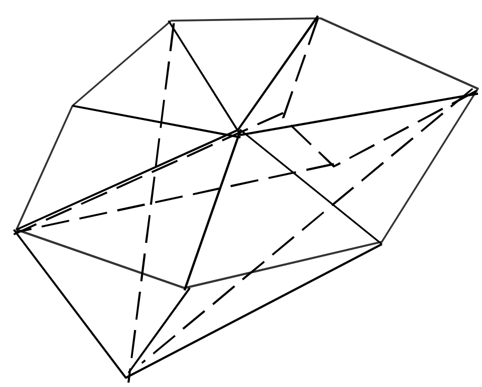
Poliedros

Una figura sólida y cerrada, compuesta de caras, aristas y vértices se llama un poliedro.

Las caras de un poliedro siempre son polígonos planos. Las aristas son segmentos de rectas que unen dos vértices. Los vértices corresponden a los ángulos poliedros.

Las piedras preciosas se cortan generalmente en forma de poliedros.

2. Con un bloque de plastilina o de jabón construye un poliedro que tenga caras triangulares, y cuadrangulares. Cuenta el número de vértices y de caras.



Margarita María Niño Torres.

Poliedros regulares.

Un poliedro es poliedro regular si:

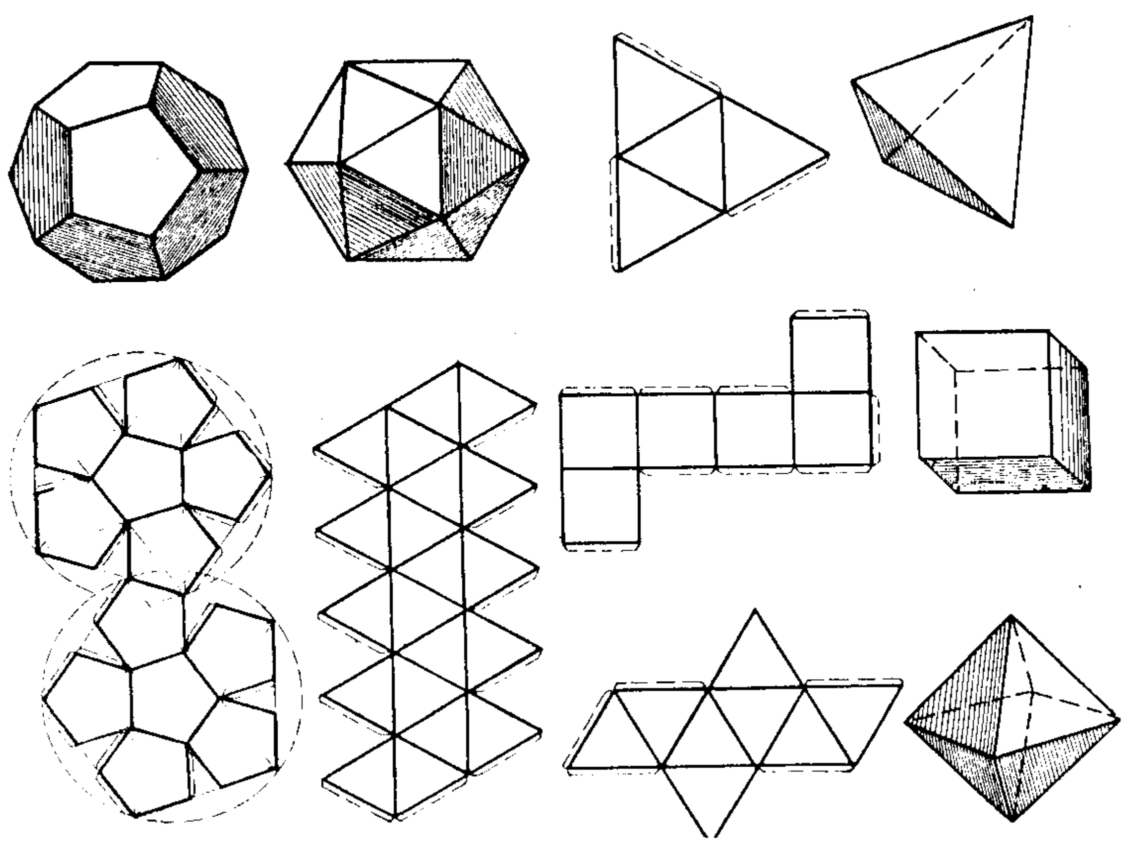
- Todas sus caras son polígonos regulares iguales y
- En cada vértice hay el mismo número de caras.

Solamente existen 5 poliedros regulares que son:

El **tetraedro regular** formado por 4 tríangulos equiláteros
El **hexaedro regular** o cubo: formado por 6 cuadrados
El **octaedro regular:** formado por 8 triángulos equiláteros
El **dodecaedro regular**: formado por 12 pentágonos regulares
El **icosaedro regular:** formado por 20 triángulos equiláteros.

A continuación te doy una idea de cómo cortar la cartulina para construir cada uno de los poliedros regulares.

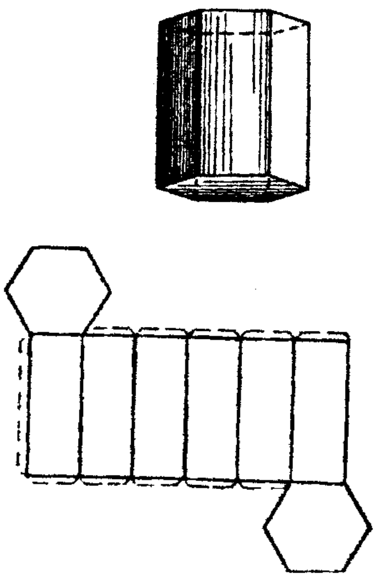
3. Dibuja primero los moldes en papel cuadriculado y después pásalos a la cartulina, corta y construye los poliedros regulares.



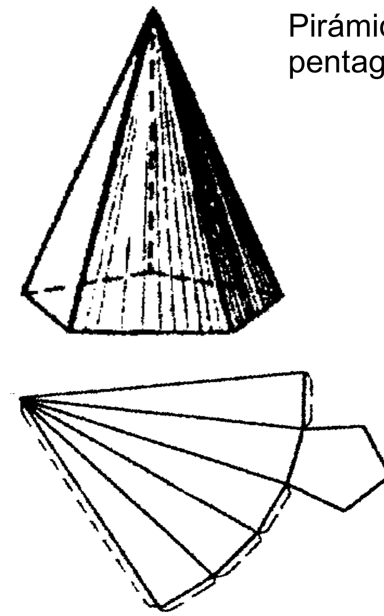
Tema: RECTAS Y PLANOS EN EL ESPACIO HOY ES _______________

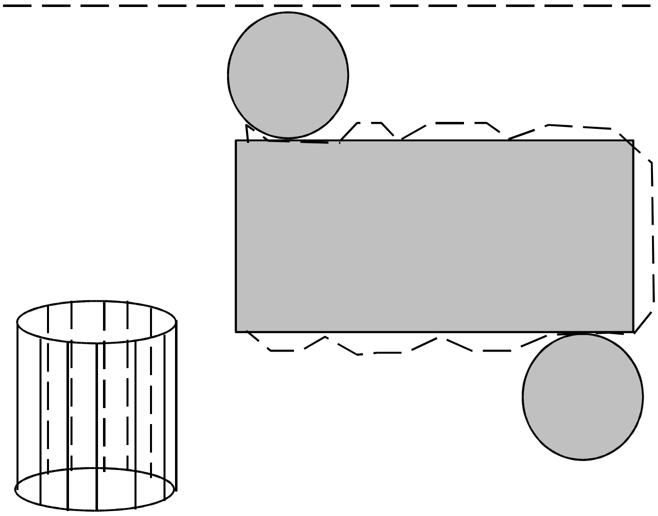
Con los modelos que te doy, puedes construir otros sólidos que sin duda conoces.

Prisma exagonal

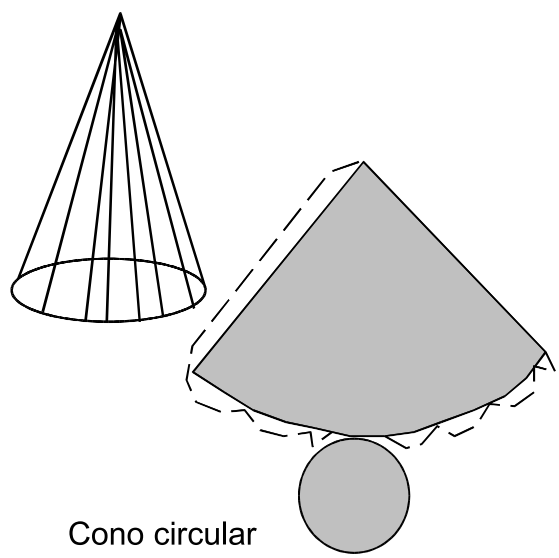


Pirámide pentagonal





Cilindro circular recto



Cono circular

2. Construye en cartulina un prisma triangular y otro pentagonal. Una pirámide de base cuadrada y otra de base octogonal. Un cilindro de 2 cm de radio y un cono de 1,5cm de radio de la base.