

TALLER No.1

Tema: **Repaso de Ecuaciones de Primer Grado** FECHA _____

La solución de problemas con ayuda del álgebra siempre se logra con la solución de ecuaciones. Para avanzar en esta práctica es muy importante repasar la etapa inicial que es la solución de ecuaciones de primer grado.

Una ecuación es una igualdad en la cual se desconoce uno o más números que son las incógnitas de la ecuación y que se representan con letras. Por ejemplo, x, y, p, t, ...etc.

Los siguientes son ejemplos de ecuaciones:

a) $x + 5 = 12$; b) $3x + 2y = 20$; c) $4x^2 - 16 = 0$; d) $5z = 4y$; e) $2x - 1 = x + 3$

Los términos que no contienen ninguna incógnita se llaman "TÉRMINOS INDEPENDIENTES" o CONSTANTES de la ecuación.

Resolver una ecuación es encontrar el valor de las incógnitas. Al remplazar ese valor encontrado, debe resultar el mismo número a los dos lados del signo igual.

De esta forma se comprueba que se hizo bien. No es necesario tener respuestas en un libro. Basta reemplazar los números encontrados para saber si cumplen.

Por ejemplo: la ecuación $x + 5 = 12$ tiene como solución $x = 7$ porque al reemplazar la x de la ecuación por el número 7 resulta una igualdad que es: $7 + 5 = 12$

Las ecuaciones sirven para resolver problemas:

Por ejemplo: si se sabe que el doble del dinero de Juan más \$4.000 suman \$10.000 podemos encontrar la cantidad de dinero que tiene Juan usando la ecuación $2x + 4.000 = 10.000$ y resolviéndola.

Intenta _____ resolver _____ la _____ ecuación anterior: _____

ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA:

Cuando en una ecuación solamente hay una incógnita en primer grado, se dice que es una ecuación de primer grado con una incógnita. Los ejemplos (a) y (e) de la página anterior son ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Recuerda:

Reglas para resolver ecuaciones de primer grado

Primera regla: Observar que exista el signo = entre las dos partes de la ecuación; comprobar que en todos los términos la incógnita no tenga grado mayor que 1 ni esté en el denominador ni haya varias incógnitas.

Segunda regla: Cualquier término que se pase de un lado al otro del igual cambia de signo. (Recuerda que un *término* siempre va separado de los otros por signos + ó -)

Tercera: Pasar todos los términos que tengan incógnita al lado izquierdo de la ecuación y los términos independientes al otro lado.

Cuarta: Sumar los términos de cada lado de la ecuación. Si desaparece la incógnita porque se anulan sus coeficientes y el término independiente NO es 0 entonces la ecuación es **imposible**. Como en: $x + 2 = 5 + x$

Quinta: Si al final un número distinto de 0 multiplica a la incógnita, ese número se pasa dividiendo al otro lado (con su mismo signo). Si un número divide a la incógnita se pasa multiplicando al otro lado (con su mismo signo).

Sexta: Se debe comprobar siempre la solución, reemplazando en la ecuación inicial. Si no cumple la igualdad, hay error y se debe volver a hacerlo todo.

Ejemplo: Resolver la ecuación $3x + 6 = 12 + \frac{1}{2}x + 4$

- Pasamos los términos con x al lado izquierdo y los números al derecho, cambiándoles de signo a los que se pasan de un lado para otro:

$$3x - \frac{1}{2}x = 12 + 4 - 6$$

- Sumamos los términos semejantes en los dos lados: $3x - 1/2x = (5/2)x \rightarrow \frac{5}{2}x = 10$

- El 5 multiplica a x, entonces pasa a dividir a 10; el 2 divide a x entonces pasa a multiplicar a 10: $\rightarrow x = (10 \cdot 2)/5$

- Escribimos la respuesta: $\rightarrow x = 4$

- Comprobamos reemplazando en la ecuación inicial: hacemos $x=4$ y efectuamos las operaciones:

$$3 \cdot x + 6 = 12 + \frac{1}{2}x + 4 \rightarrow 3 \cdot 4 + 6 = 12 + \frac{1}{2} \cdot 4 + 4 \rightarrow 12 + 6 = 12 + 2 + 4 \rightarrow 18 = 18$$

Se cumple la igualdad, entonces se puede afirmar que la solución de la ecuación

$$3x + 6 = 12 + \frac{1}{2}x + 4 \quad \text{es} \quad \underline{x = 4}$$

Ejercicios. Resolver y comprobar la solución de las siguientes ecuaciones:

a) $3x + 8 = 29$ _____

b) $2y - 5 + 3y = 25 + \frac{13}{3}y$ _____

TALLER No.2

Tema: **Solución de problemas con Ecuaciones de Primer Grado**

FECHA _____

En los tres primeros ejemplos se van dando sugerencias para llegar a plantear la ecuación. Después se resuelve la ecuación y se comprueba la solución en el enunciado del problema para ver si todo corresponde.

Problema 1.

Si sumamos 12 a la mitad de un número obtenemos 27. ¿Cuál es el número?

Pasos para resolverlo. (Piensa y Llena los espacios vacíos)

El número que se busca se representará con _____.

La mitad de ese número será _____

Se suma 12 a esa mitad y queda _____

Todo eso es igual a 27. Entonces la ecuación es: _____ = _____

Resuelvo la ecuación: _____

Compruebo la solución en el problema: _____

Entonces el número buscado es _____

Problema 2.

La suma de los $\frac{2}{3}$ de un número con los $\frac{3}{4}$ del mismo número es 17. Hallar el número.

Pasos para resolverlo:

Llamo _____ al número

Los $\frac{2}{3}$ del número se escriben _____ y los $\frac{3}{4}$ del número se escriben _____

La suma de los dos términos anteriores es 17. La ecuación: _____ = _____

Resuelvo la ecuación _____

Compruebo _____. El número buscado es _____

Problema 3. La diferencia de dos números es 16 y el número menor menos 2 unidades es igual a los $\frac{3}{4}$ del número mayor. Hallar los números.

Pasos para resolverlo:

Leo dos veces más el problema hasta entenderlo. Pienso en números que tengan una diferencia de 16, como _____ y _____, _____ y _____, _____ y _____

Me conviene llamar _____ al número menor (porque es al que hay que restarle algo)

Entonces el número mayor es _____ (Recuerda lo que dice de la diferencia)

Ahora escribo el número menor menos 2 _____

También los $\frac{3}{4}$ del número mayor _____

Las dos expresiones anteriores, según el problema, son iguales. Entonces tengo

la ecuación _____ = _____

Resuelvo la ecuación _____

La solución es _____ que corresponde al número _____

Entonces el otro número es _____

Compruebo en el enunciado del problema: diferencia de los números _____;

número menor -2 : _____, ¿es igual a $\frac{3}{4}$ del número mayor: _____?

¿Sí? Entonces los dos números que buscábamos son _____

Ahora plantea, resuelve y comprueba en tu cuaderno los siguientes problemas. (Piensa antes de preguntar, pero puedes preguntar)

4. Si a un número le sumas 7 y el resultado lo multiplicas por 3, obtienes 2 unidades menos que 4 veces el número. ¿Cuál es el número?

5. Doña María compra 30 empanadas por \$24.000 y las vende de modo que el 20% de lo que le pagan le queda de ganancia. ¿A cómo vende cada empanada?

6. La finca de Luis tiene 30 árboles más que la mitad de los árboles de la finca de Juan. Si los árboles de las dos fincas son en total 300, cuántos árboles tiene cada una?

7. El doble de la edad de Tere más 15 años es igual a la edad de Don Pepe que es 8 años menos que el triple de la edad de Tere. ¿Cuál son las edades de Tere y de Don Pepe?

Busca en textos de Álgebra al menos 10 problemas de ecuaciones de primer grado y resuélvelos.

TALLER No.3

Tema: **Funciones Lineales**

FECHA _____

Observa las dos igualdades siguientes:

$$x - 10 = 0, \quad x + z - 10 = 0$$

1. Completa: Estas son dos _____ de _____ grado

El número de incógnitas respectivamente es _____ y _____

La solución de la primera ecuación es $x =$ _____ Comprobación _____Una solución de la segunda ecuación es $x =$ _____, $y =$ _____, $z =$ _____

Comprobación _____

Si hago $x = 18$ y $z = -8$, también se cumple la ecuación, porque $18 + (-8) - 10 = 0$. Entonces la pareja $x=18, z=-8$ es solución de $x+z-10=0$ 2. Busca por lo menos otras 3 parejas de valores para x, z que sean solución de la segunda ecuación y compruébalos.3. Busca 4 parejas de valores para las incógnitas de la ecuación, $2x - 3y = 4$ que sean solución de la misma. Escríbelas dentro del cuadro y compruébalas:

x	y

Comprobación

Cuando una ecuación de primer grado tiene solo una incógnita, entonces solamente existe una solución; en cambio cuando tiene dos incógnitas siempre hay muchas parejas de valores que reemplazados en las incógnitas cumplen la igualdad.

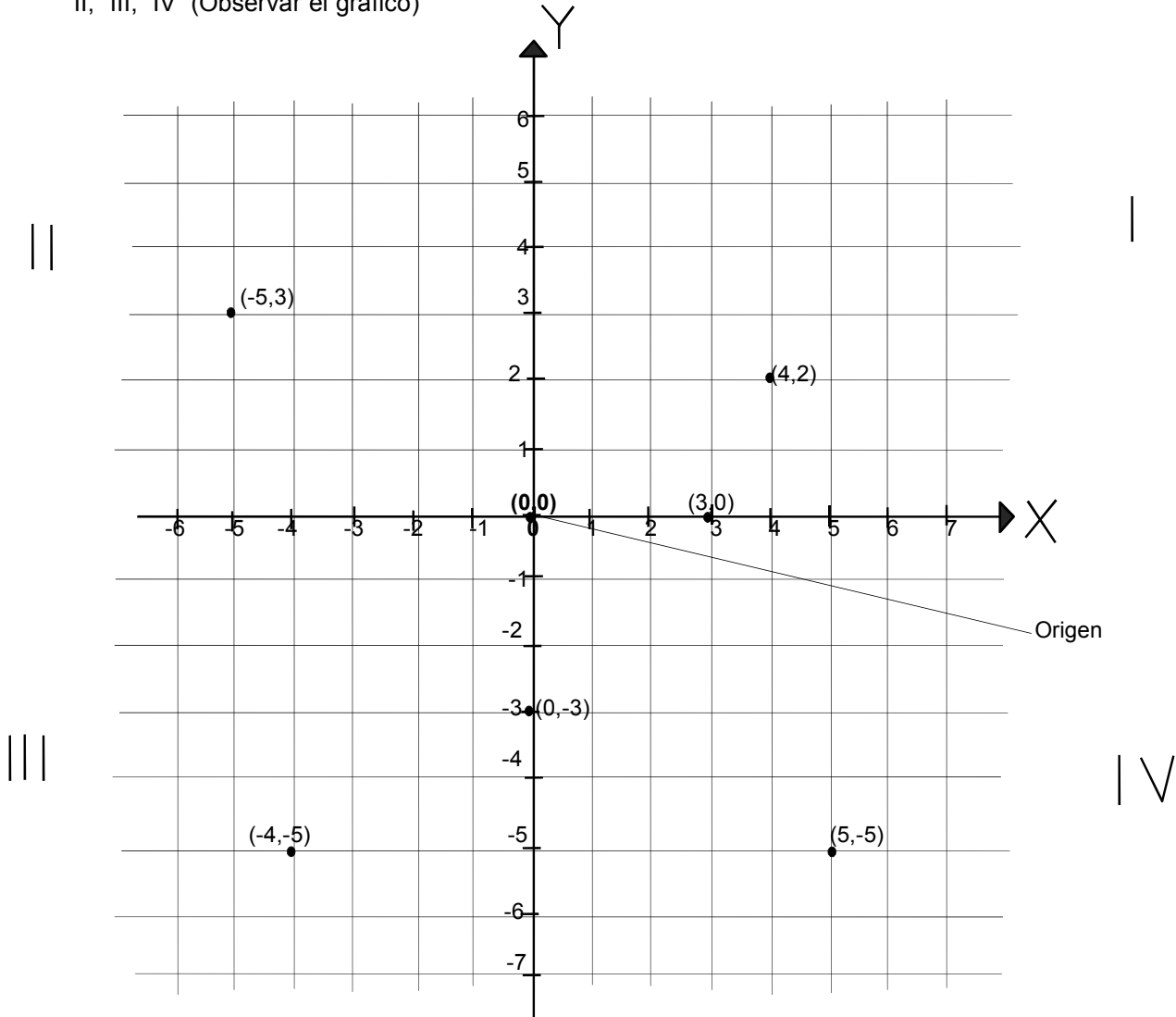
Nos interesa estudiar a fondo estas ecuaciones de primer grado con dos incógnitas para comprender bien cómo se pueden conocer todas las soluciones posibles.

Lo primero que tenemos que entender y aprender a manejar es:

EL PLANO CARTESIANO

Un plano se convierte en cartesiano cuando ponemos en él dos rectas numéricas que se corten en el CERO de ambas. Ese punto de corte se llamará en adelante ORIGEN del plano y las rectas EJES. Para mayor claridad las dos rectas deben ser perpendiculares y se acostumbra que una sea horizontal orientada hacia la derecha llamada EJE X, y la otra vertical orientada hacia arriba llamada EJE Y.

Las cuatro partes en las que queda dividido el plano se llaman CUADRANTES y van numerados I, II, III, IV (Observar el gráfico)



Si se traza una cuadrícula por los puntos de los enteros, se pueden identificar las coordenadas de cualquier punto del plano con facilidad. Primero se escribe el número que corresponde al eje X y después el que corresponde al eje Y

Es muy importante el orden en el cual se escriben las parejas de números. El punto que corresponde a (4,2) es diferente del que corresponde a (2,4)

Esos números que forman la pareja que sirve para identificar un punto en el plano cartesiano se llaman **COORDENADAS CARTESIANAS DEL PUNTO**.

El primer número se llama la COORDENADA X (o abscisa) del punto y el segundo número se llama la COORDENADA Y (o ordenada) del punto.

Una cosa es un punto del plano que podemos llamar P, y otra cosa es una pareja de números (x,y). Con el plano cartesiano se establece una relación perfecta entre esas dos cosas tan diferentes. Entonces se puede escribir **P (x,y)** para indicar que el punto P tiene las coordenadas (x,y)

4. Ubica en el plano cartesiano de la página anterior los puntos que corresponden a las siguientes parejas de coordenadas y escribe ahí (pequeñito) cada pareja:

(-2,3), (0,4), (-1,1), (3,3), (5,0), (2,-5), (6,6), (5,-2), (-2,5), (-4,4), (-6,1), (0,-7), (-3,-1), (-2,0), (-2,-6), (-6,-4), (-5,0), (-4,-6), (-6,-6), (4,-4), (7,0), (1,6),

Lee con atención y ubica en el plano los siguientes ejemplos:

El punto **(0,0)** tiene : $x=0$; $y=0$; **el punto está en el origen**

El punto (3,0) tiene: x : positiva, $y = 0$; el punto está en el eje X^+

El punto (-7,3) tiene: x : negativa, y : positiva, el punto está en el II cuadrante

El punto (0, -2) tiene : $x = 0$, y : negativa, el punto está en el eje Y^-

5. Llena el siguiente cuadro de los signos de las coordenadas con (+ , - , 0)

Signos de las coordenadas según la ubicación del punto P(x,y)

ubicación coordenada	I	II	III	IV	Eje X^+	Eje X^-	Eje Y^+	Eje Y^-
x								
y								

¿Crees que has entendido muy bien el plano cartesiano y que puedes relacionar cualquier punto con sus coordenadas? _____

Si tu respuesta es NO, vuelve a hacer todo el taller!. Es muy importante para todo lo que sigue.

TALLER No.4

Tema: **Funciones Lineales**

FECHA _____

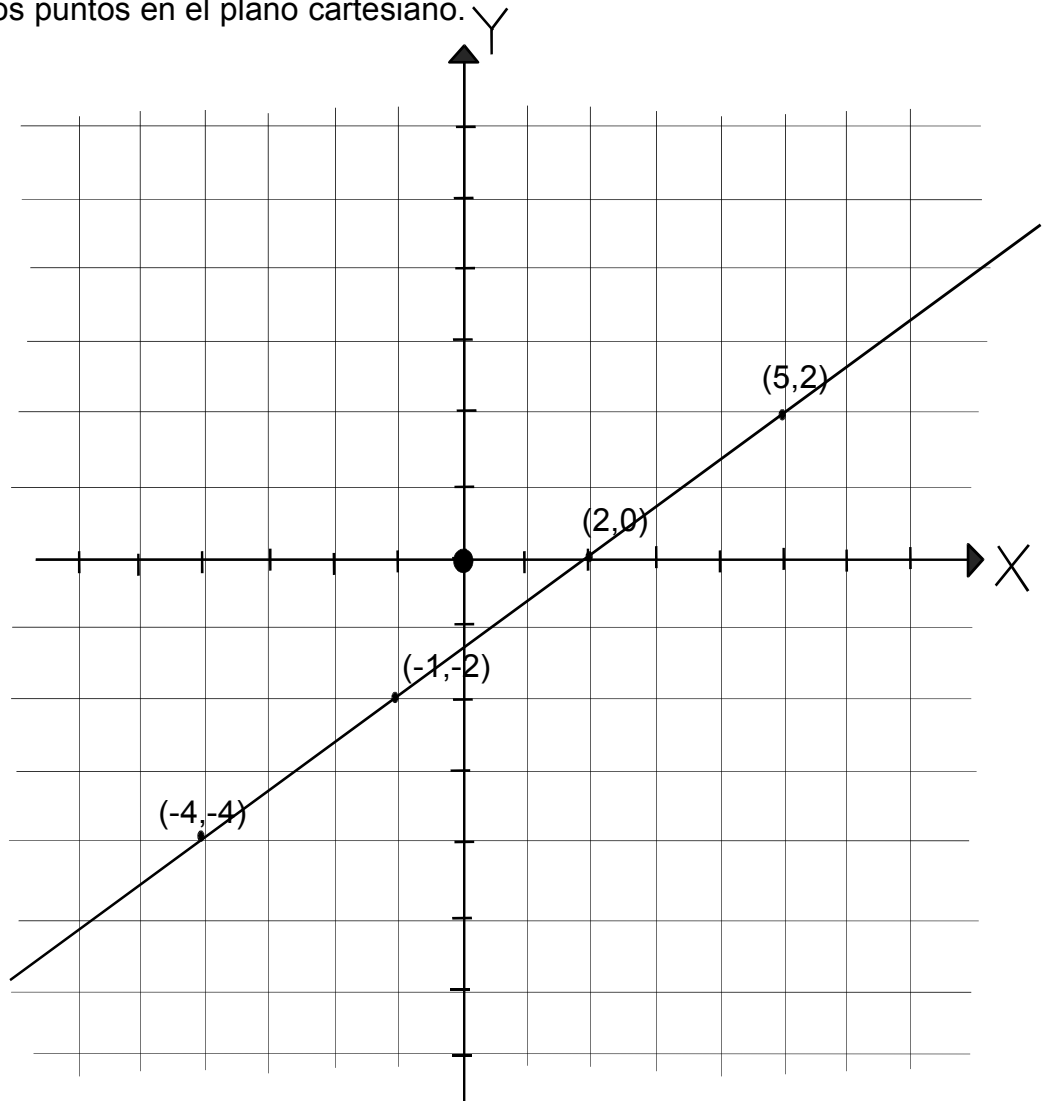
Necesitas hojas cuadriculadas para estos talleres.

1. Ahora volvamos a la ecuación del ejercicio 3 del taller anterior:

La ecuación $2x - 3y = 4$ es de primer grado con dos incógnitas.

Hagamos un cuadro de valores de (x, y) que cumplan la igualdad. (Añade los que tú escribiste en ese ejercicio, o busca otros hasta llenar todos los espacios) y ubiquemos los puntos en el plano cartesiano.

x	y
5	2
2	0
-4	-4
8	4
-1	-2



Hay una recta que pasa por todos los puntos. Esa recta es la gráfica de $2x - 3y = 4$

Si encontraste otras parejas (x, y) que cumplieran la ecuación y las ubicaste en el plano, entonces debieron quedar en la recta.

2. Toma un papel más grande, con cuadrícula pequeña y repite el ejercicio con la misma ecuación, pero dándole a x los valores -7 , -10 , 14 , y buscando los correspondientes valores de y , ubicándolos en tu plano, y trazando la recta. La recta que traces debe pasar además por los puntos que ya obtuvimos en la página anterior.

Ahora es el momento de entender y grabar bien lo que venimos haciendo:

Una ecuación de primer grado con dos incógnitas es la ecuación de una recta. Se llama **función lineal de dos variables** porque las incógnitas, como tienen tantas posibilidades, reciben el nombre de variables, esto es, que pueden variar y con nuevos valores seguir cumpliendo la ecuación.

Pero como es una recta, para dibujarla basta con que conozcamos dos puntos, por eso con cualquier par de los puntos que tenemos habríamos logrado la misma gráfica.

La mejor forma para encontrar los puntos es “despejar” la “ y ”, de modo que se pueda ver con cuáles valores de x salen más fáciles las cuentas.

Despejemos “ y ” en la ecuación

$$2x - 3y = 4$$

Pasamos el término $2x$ al otro lado

$$-3y = 4 - 2x$$

Cambiamos todos los signos a los dos lados del igual para que quede positivo el término que contiene “ y ”

$$3y = -4 + 2x$$

Cambiamos el orden de los sumandos del lado derecho:

$$3y = 2x - 4$$

El 3 que multiplica a la “ y ”, pasa a dividir

$y =$

Cuando tenemos así despejada la ecuación, es cuando se debe comenzar a buscar los puntos, porque basta dar un valor a x , hacer las operaciones y encontrar el valor correspondiente de y .

Otro ejemplo: Representar gráficamente la ecuación $x + 2y + 5 = 0$

Al despejar “ y ” aplicando las reglas conocidas tenemos que:

--

Teniendo la ecuación en la forma $y = (-x - 5)/2$ resulta fácil buscar algunos puntos: (ojo con los signos menos!)

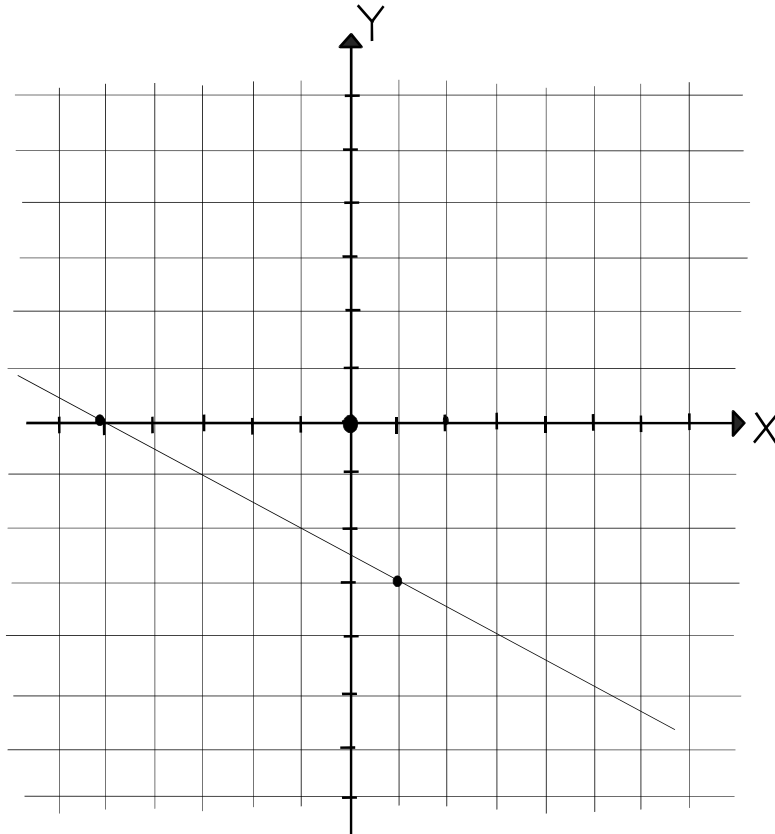
Con dos puntos que encontremos es suficiente para tener la recta:

Si le damos a x el valor 1, $-x$ se convierte en -1 menos 5 nos resulta -6 que se puede dividir por 2 y da -3

x	y
1	-3
-5	0

Si le damos a x el valor -5 , también nos resulta entero porque el numerador se vuelve 0, y el 0 siempre se puede dividir por otro número.

Ya tenemos los dos puntos $(1, -3)$ y $(-5, 0)$. entonces los ubicamos en el plano y trazamos la recta.



3. Busca otras dos parejas (x, y) que cumplan la ecuación $x + 2y + 5 = 0$, anótalas en el cuadro de arriba y comprueba que están en la misma recta.

4. En tu hoja cuadriculada despeja “ y ”, halla dos puntos en cada caso y representa gráficamente las siguientes ecuaciones:

a) $3x + 4y - 7 = 0$; b) $3x - 2y - 8 = 0$; c) $x + y + 2 = 0$; d) $3x - 3y + 5 = 0$

(Dibujar un plano cartesiano para cada ecuación)

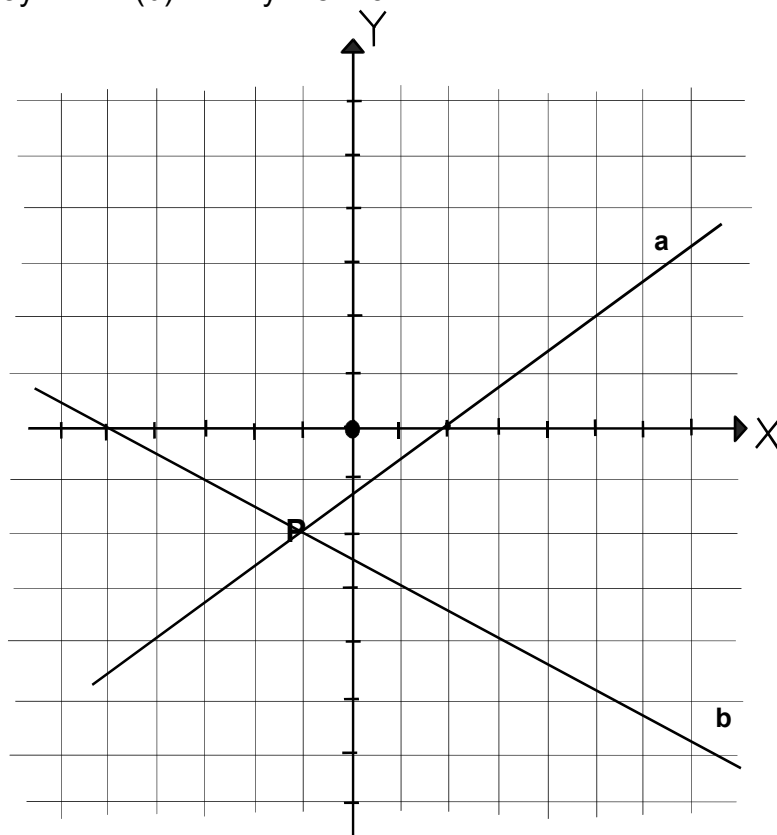
TALLER No.5

Tema: **Sistemas de Ecuaciones Lineales**

FECHA _____

Ahora vamos a trazar, en un mismo plano cartesiano, las rectas correspondientes a las dos ecuaciones de nuestros ejemplos anteriores.

(a) $2x - 3y = 4$ (b) $x + 2y + 5 = 0$



Las dos rectas se cortan en el punto P. Las dos ecuaciones consideradas simultáneamente forman un **SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES** de dos incógnitas. Resolver un sistema de ecuaciones lineales como éstas es encontrar las coordenadas del punto de corte de las dos rectas.

El punto de corte P, como está en las dos rectas, tiene la propiedad de que sus coordenadas satisfacen las dos igualdades. Este punto es único porque dos rectas no se cortan en más de un punto.

La solución del sistema de ecuaciones es pues, una pareja de valores que satisface las dos ecuaciones. Vamos a encontrar esa solución:

Lo primero que se hace es escribir las dos ecuaciones, en la forma $ax + by = c$, donde a, b, c son las constantes, x, y, las variables o incógnitas:

Hay varios métodos algebraicos para encontrar x , y .
El más común consiste en lograr que los coeficientes de una de las variables queden iguales en las dos ecuaciones.

$$\begin{array}{rcl} 2x - 3y & = & 4 \quad (a) \\ x + 2y & = & -5 \quad (b) \end{array}$$

Para esto se puede multiplicar toda la ecuación (a) por el coeficiente de x en (b), que en este caso es 1 y toda la ecuación (b) por el coeficiente de x en (a) que es 2 en nuestro ejemplo.

El sistema se convierte en:

$$\begin{array}{rcl} 2x - 3y & = & 4 \quad (a) \\ 2x + 4y & = & -10 \quad (b) \end{array}$$

Ahora le cambiamos todos los signos a una de las ecuaciones (a) y sumamos término a término:

$$\begin{array}{rcl} -2x + 3y & = & -4 \quad (a) \\ 2x + 4y & = & -10 \quad (b) \end{array}$$

Con lo cual logramos eliminar la x :

$$0 + 7y = -14$$

Y queda una ecuación con solo “ y ” que resolvemos:

$$y = -14/7$$

Este número es la coordenada “ y ” de P:

$$\underline{y = -2}$$

Para encontrar x reemplazo el valor de “ y ” en una de las ecuaciones (a) y despejo x :

$$\begin{array}{rcl} 2x + 6 & = & 4 \\ \underline{x} & = & -1 \end{array}$$

Por tanto, la solución del sistema de ecuaciones, esto es, las coordenadas del punto P de corte de las dos rectas es la pareja: $x = -1$, $y = -2$, P (-1,-2)

En el gráfico se puede ver que este es el punto de corte.

El método que hemos visto se llama “igualación de coeficientes”

Si las rectas son paralelas, no hay solución. El sistema es incompatible.

Aplicar el método que acabamos de aprender a la solución de los siguientes **sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas** y hacer las gráficas correspondientes (todo en hojas cuadrículadas).

1. $3x + 4y - 7 = 0$	2. $3x - 5y - 6 = 0$	3. $5x + 2y + 3 = 0$
$-x + y + 1 = 0$	$5x + 5y = 0$	$10x + 4y - 2 = 0$

Si consideras que sabes resolver sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas puedes pasar al siguiente taller; en caso contrario, busca otros ejercicios.

TALLER No.6

Tema: **Problemas de Sistemas de Ecuaciones Lineales** FECHA: _____

Sabiendo resolver sistemas de ecuaciones lineales, vamos a ver problemas en los cuales este método algebraico nos ayuda a encontrar las soluciones pedidas.

Lee con toda atención los problemas y trata de plantear las ecuaciones y resolver el sistema, antes de ver cómo se desarrolla el ejemplo. Si no lo logras, mira el ejemplo y lo vas haciendo en tu cuaderno.

Ejemplo No. 1. La suma de dos números es 100 y su diferencia es 44. Hallar los números.

Llamo "x" al número mayor, "y" al número menor.

Planteo la primera ecuación: $x + y = 100$

Planteo la segunda ecuación: $x - y = 44$

Como los coeficientes de "y" están iguales y tienen signos distintos, sumo las dos ecuaciones: $2x = 144$

Despejo x: $x = 72$

Reemplazo x en la primera ecuación: $72 + y = 100$

Despejo y : $y = 28$

Compruebo: Suma de los dos números $72 + 28 = 100$
diferencia de los números $72 - 28 = 44$

Luego, los dos números buscados son 72 y 28

Ejemplo No 2. Luis y Juana salieron con un total de \$30.000 a comprar en una tienda lo necesario para un paseo. Luis gastó $\frac{9}{10}$ de su dinero y Juana gastó $\frac{4}{5}$ del suyo. Regresaron con \$4.000. ¿Cuánto dinero llevaba cada uno?

Sea x = número de pesos de Luis, y = número de pesos de Juana.

Primera ecuación: al salir tenían en total: $x + y = 30.000$

Segunda ecuación: total - gastos: $30.000 - (\frac{9}{10})x - (\frac{4}{5})y = 4.000$

Ordenamos las dos ecuaciones

$$\begin{aligned}x + y &= 30.000 \\ \frac{9}{10}x + \frac{4}{5}y &= 26.000\end{aligned}$$

Multiplicamos la primera por 4/5 y le cambiamos los signos:

$$\begin{aligned}-\frac{4}{5}x - \frac{4}{5}y &= -24.000 \\ \frac{9}{10}x + \frac{4}{5}y &= 26.000 \quad (\text{¡jojo con las operaciones!})\end{aligned}$$

Sumamos las dos ecuaciones $(1/10)x = 2.000$

Despejamos x : $x = 20.000$

Luis llevaba \$20.000, entonces, Juana llevaba \$10.000.

Comprobación: Gastos de Luis: $9/10$ de 20.000 = 18.000

Gastos de Juana: $4/5$ de 10.000 = 8.000

En total gastaron 26.000

Les sobraron 4.000

Resuelve los siguientes problemas utilizando sistemas de ecuaciones lineales:

1. Mario tiene 7 años menos que el triple de la edad de su perro. La suma de sus edades es 17 años. ¿Cuál es la edad de cada uno de ellos?
2. Las dimensiones de un terreno rectangular están en la razón 3:5. El perímetro es 480 metros. Hallar las dimensiones.
3. Dos números enteros son consecutivos. La sexta parte del menor y la quinta parte del mayor también son consecutivos en el mismo orden. ¿Cuáles son los números?
4. En una empresa los obreros de nivel A ganan \$10.500 diarios y los de nivel B ganan \$9.800 diarios. Si en un día en el que se contrató a 18 obreros el pago total fue de \$181.300. ¿Cuántos de cada nivel trabajaron ese día?
5. Doña Eloísa es 5 años mayor de lo que dice ser y asegura que con esa edad que dice tener es 12 años menor que su esposo Don Pepe. Don Pepe dice con verdad que cuando se casaron, hace 20 años, ella tenía $3/4$ de la edad de él en ese entonces. ¿Cuáles son las edades verdaderas?

TALLER No.7

Tema: **Problemas de Sistemas de Ecuaciones Lineales** FECHA: _____

Para resolver los siguientes problemas usa otras hojas, pero el sistema de ecuaciones y la solución del problema debes escribirlos en el espacio que sigue a cada enunciado.

1. Para decorar el arbolito de Navidad, una niña compró 7 adornos. Los adornos fueron de dos clases: Figuras a \$394 y Mensajes a \$189. En total pagó \$2.143. ¿Cuántos adornos de cada clase compró?

Ecuaciones**Respuestas**

2. El promedio de dos números es 51 y el mayor de ellos es 15 unidades más que el doble del menor. Hallar los números.

3. Con \$ 20.380 una señora debe comprar un total de 6 pequeños regalos cuyos precios individuales son: a \$3.870 los más caros y a \$2.450 los otros. ¿Cuántos de cada clase puede comprar?

4. Para formar una bandera española, la razón entre el número de flores amarillas y el de flores rojas es 1:2. En total se comprarán 135 flores. ¿Cuántas serán de cada color?

5. En un examen había preguntas de tipo A cada una de las cuales valía 3 puntos y preguntas B de 4 puntos. Un niño contestó bien 21 preguntas y obtuvo una calificación de 72 puntos. ¿Cuántas preguntas de cada tipo contestó?

6. El triple de un número sumado con el doble de otro número dan en total 163. La quinta parte del primero más la cuarta parte del segundo suman 16. Hallar los números.

7. La reproducción de una página en blanco y negro cuesta \$185 y la de una página a color cuesta \$530. En un trabajo salieron 200 páginas y su reproducción costó en total \$58.735. ¿Cuántas páginas de cada tipo fueron?

8. Un joven tenía \$60.000 para comprar una medalla de 15 gramos de oro puro. Tuvo que gastar \$10.000, y el joyero le fabricó por el dinero que le quedaba la medalla con más oro que pudo, con peso total de 15 gramos y le regaló la mano de obra. Si el gramo de oro es a \$4.000 y el gramo del otro metal que le mezcló es a \$2.100. ¿Cuántos gramos de cada clase de metal se fueron en la medalla? (aproximar a centésimas)

9. Un pastor de una iglesia dejó \$4'000.000 de herencia para sus hijos con las siguientes indicaciones: El 10% sería para la iglesia y el resto se repartiría entre los dos hijos de modo que la razón entre el dinero para el mayor y el dinero para el menor fuera 5 : 7 ¿Cuánto recibió cada hijo?

10. Dos números cuya suma es 100 están en la razón 16 : 9 Hallarlos.

TALLER No.8

Tema: **Repaso del Trinomio de Segundo grado**

FECHA: _____

Recuerda:

Una expresión algebraica siempre tiene uno o más términos.

Los términos de una expresión algebraica siempre están separados por signos más (+) ó menos (-).

Un término puede ser un número solo o un número acompañado de una o varias letras. El número se llama coeficiente. Si el coeficiente no aparece, entonces es 1. Las letras forman la parte literal del término y pueden tener exponentes y estar multiplicadas o divididas unas por otras.

El grado de una letra es el exponente. En caso de que no aparezca exponente, el grado es 1.

El grado de un término es la suma de los grados de las letras que forman la parte literal del término.

Si el término es solo un número (aunque tenga exponente), su grado es cero.

El grado de una expresión algebraica es el grado del término que tenga mayor grado.

1. Con ayuda de las definiciones anteriores, revisa la siguiente expresión algebraica y completa:

$$3x^2y + 10xy - 3x^2y^2 + 23$$

El número de términos es _____

El grado del primer término es _____

El término de menor grado es _____

El grado de la expresión es _____

El coeficiente del tercer término es _____

El grado del segundo término es _____

En las ecuaciones que hemos visto antes, utilizamos expresiones algebraicas lineales, esto es, de primer grado, sea con una o con dos incógnitas (letras).

Ahora nos importan especialmente las expresiones algebraicas de segundo grado con una sola incógnita (letra).

2. Entre las expresiones siguientes, subraya las de 2º grado con una sola letra.

a) x^2-3y^2+5 ; b) $12x-7+5x^2$; c) $4-z^2$; d) 3^2+5y-4 ; e) $4a+5a^2$; f) 8^2y^2-7y+1 ;

3. La expresión $3x^2 + 4x + 7$ es un trinomio de segundo grado en x, que podemos tomar como prototipo de esta clase de expresiones algebraicas.

Para facilitar las cosas, escribimos **en forma general** el trinomio de segundo grado así:

$$ax^2 + bx + c$$

en donde: **a** es el coeficiente del término de grado 2 y no puede ser 0,
b es el coeficiente del término de grado 1,
c es el término independiente o de grado 0

Llena el cuadro con los valores de los coeficientes. (Si un término no aparece, el coeficiente es 0)

trinomio de 2º grado	a	b	c
$3x^2 + 4x + 7$	3	4	7
$2y^2 - 5y - 9$	2	-5	-9
$-4z^2 + 6z - 8$			
$-5x + 12 - x^2$			
$x - x^2$			
$5x^2 - 8$			
$78 + 3^3 - y^2$			

4. Inventa 5 trinomios de segundo grado e indica los valores de los coeficientes. No olvides que deben ir con su signo. (cuando son negativos siempre llevan el signo)

TALLER No.9

Tema: **Repaso del Trinomio de Segundo grado**

FECHA: _____

1. Escribe V o F en el paréntesis de la derecha, según corresponda.

a) $6x^2+5x-4 = (2x-1)(3x+4)$ ()

b) $x^2+5x+6 = (x+3)(x+2)$ ()

c) $x^2+8x-12 = (x+6)(x-2)$ ()

d) $x^2-3x+2 = (x-1)(x-2)$ ()

e) $2x^2-x-3 = (2x-3)(x+1)$ ()

f) $x^2+2x-3 = (x+3)(x-1)$ ()

g) $4x^2+5x-4 = (2x-4)(2x+1)$ ()

h) $18x^2+5x+3 = (6x+1)(3x+2)$ ()

i) $15x^2-x-28 = (3x+4)(5x-7)$ ()

Reglas para factorizar un trinomio de 2º grado

Se comienza por ordenar el trinomio en la forma usual. Si el coeficiente de x^2 es negativo, se cambian todos los signos y se deja por fuera el signo menos. Trabajaremos solamente un caso. Los otros casos los puedes encontrar muy explicados en cualquier texto tradicional de Álgebra.

Caso 1. Cuando **a = 1** El trinomio es de la forma : **$x^2 + bx + c$**
(b, c, pueden ser positivos, negativos o cero)

En este caso se preparan los paréntesis así: (x)(x) y se miran los coeficientes b, c del trinomio. Se buscan dos números que multiplicados den c y sumados den b. (Recuerda las reglas de los signos tanto para la suma como para la multiplicación)

Si se encuentran los dos números con esas propiedades, entonces se escriben con su signo a continuación de la x, uno en un paréntesis y otro en el otro.

Por ejemplo: Factorizar el trinomio $x^2 + 2x - 15$

Buscamos dos números que multiplicados den -15: tienen que ser uno positivo y otro negativo. Además sumados tienen que dar +2, luego el que lleve el signo más tiene que ser mayor que el del signo menos (considerados como si no tuvieran signo).

Las posibles descomposiciones de 15 son 15 y 1, y, 5 y 3 combinando los signos.

La pareja que nos sirve es 5 y -3, (le ponemos el negativo a 3 para que se cumpla que la suma sea 2).

Entonces: $x^2 + 2x - 15 = (x + 5)(x - 3)$

No siempre se puede factorizar así un trinomio de segundo grado como éste, pero como es fácil, siempre se intenta. Es necesario probar que sí se cumplen las dos condiciones con signos y todo.

2. Factoriza por el método que acabamos de estudiar los siguientes trinomios de segundo grado. Comprueba tus respuestas. Si no encuentras los números, escribe esto frente al trinomio.

a) $x^2 - 8x - 20 =$ _____

b) $x^2 + 24x + 144 =$ _____

c) $x^2 - 3x + 2 =$ _____

d) $x^2 + 18x + 81 =$ _____

e) $x^2 - 5x - 14 =$ _____

f) $x^2 + 3x - 28 =$ _____

g) $x^2 - 5x - 66 =$ _____

h) $x^2 - 19x - 66 =$ _____

i) $x^2 - 20x + 91 =$ _____

TALLER No.10

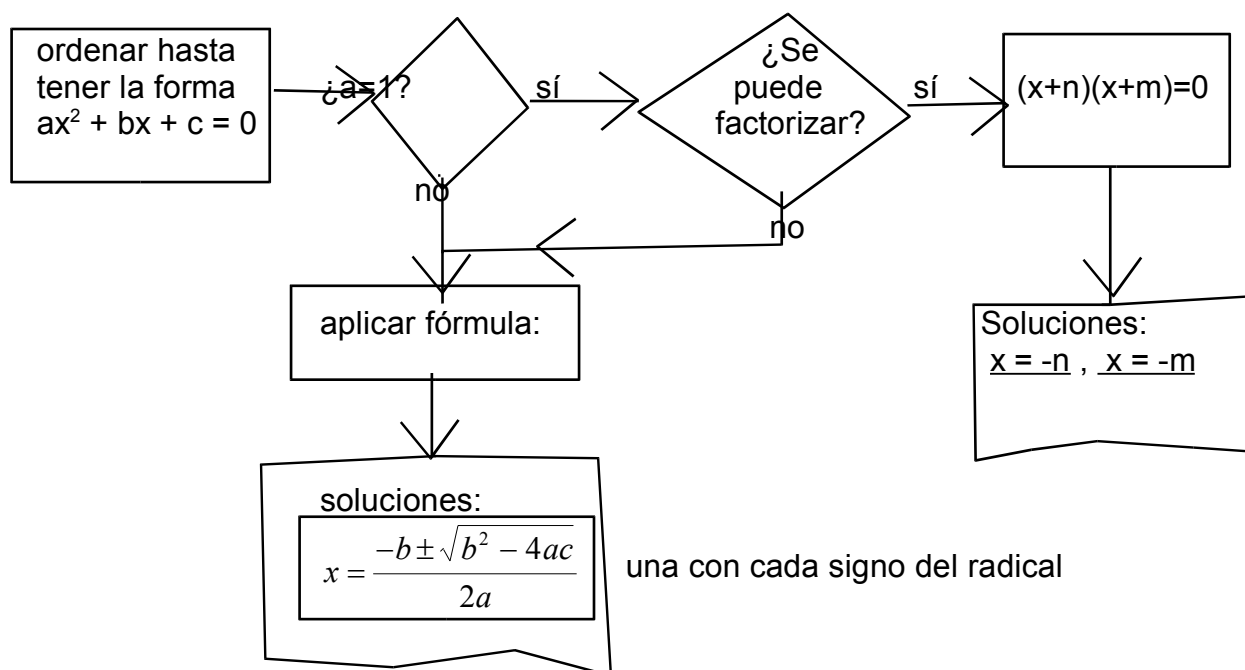
Tema: **La Ecuación de Segundo grado**

FECHA: _____

Cuando tenemos una igualdad en la cual de un lado hay un trinomio de segundo grado con una sola letra y del otro lado un 0 (cero), entonces estamos ante una ecuación de segundo grado con una incógnita como en:

$$\underline{x^2 + 6x + 5 = 0}$$

Resolver la ecuación es encontrar los valores de la incógnita que hacen que se cumpla la igualdad.

Diagrama de flujo para resolver una ecuación de segundo grado:

Si el número que resulta debajo de la raíz es cero, hay una sola solución que es $x = -b/2a$. Si es negativo, las soluciones NO son reales sino complejas.

Recuerda que un signo menos en una fórmula, significa que se cambia el signo del número que sigue. (-b es el coeficiente de x con el signo cambiado).

¡¡¡Saber resolver ecuaciones de segundo grado es importantísimo para tí!!!

Apliquemos este diagrama a las siguientes ecuaciones:

a) $x^2 + 2x - 3 = 0$: $a=1$, intentemos factorizar: Dos números que multiplicados den -3 y sumados den 2 son 3 y -1. Entonces la ecuación queda: $(x+3)(x-1) = 0$, por tanto las soluciones son: $x = -3$, $x = 1$ (acuérdate del cambio de signos)

b) $2x^2+11x+12 = 0$: a es diferente de 1, entonces aplicamos la fórmula:

Lo que va debajo del radical es igual a $(11)^2-4 \cdot 2 \cdot 12 = 121-96 = 25$ positivo:

entonces:
$$x = \frac{-11 \pm \sqrt{(11)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 12}}{2 \cdot 2} = \frac{-11 \pm \sqrt{25}}{4}$$

la raíz cuadrada de 25 es 5, de modo que, usando primero el signo + del radical y después el signo - , tenemos las dos soluciones de la ecuación: $-3/2$ y -4 porque:

$$x = (-11+5)/4 = -6/4, \text{ o sea } \underline{-3/2} \quad \text{y} \quad x = (-11-5)/4 = -16/4 = \underline{-4}$$

c) $x^2+x+1=0$ Aunque tratamos de factorizar, no encontramos los dos números. Para aplicar la fórmula miramos qué pasa con lo que va debajo del radical y encontramos que es $1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -3$ negativo. Entonces No hay solución real.

Ejercicios

Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado: (Usa páginas aparte)
Indica cuando no haya solución real. Comprueba los resultados en todos los demás casos.

1) $6x^2+5x-4 = 0$

2) $x^2+5x+6 = 0$

3) $x^2+8x-12 = 0$

4) $x^2-3x+2 = 0$

5) $2x^2-x-3 = 0$

6) $x^2+2x = 3$

7) $4x^2+5x-4 = 0$

8) $18t^2+5t = -3$

9) $15t^2-t-28 = 0$

10) $t^2 - 8t - 20 = 0$

11) $t^2+24t + 144 = 0$

12) $t^2-3t + 2 = 0$

13) $18x + x^2 + 81 = 0$

14) $x^2-5x - 14 = 0$

15) $t^2+3t - 28 = 0$

16) $-5t - 66 = -t^2$

17) $t^2-19t = 66$

18) $t^2-20t = -91$

19) $5y^2 + 2y = -5$

20) $4y^2 - 2y + 1 = 0$

Si estás seguro de poder resolver cualquier ecuación de segundo grado que se presente, pasa al siguiente taller. Si tienes dudas, busca ejercicios en un libro de Algebra y practica hasta que domines este tema.

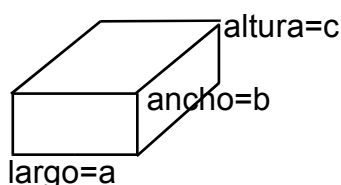
TALLER No.11

Tema: **Problemas de Ecuaciones de Segundo grado** FECHA: _____

El buen planteo y solución de ecuaciones de segundo grado es la clave para resolver problemas que se presentan en otras ciencias como la geometría, la física y la trigonometría.

Veamos unos ejemplos:

1. El volumen de una caja de esquinas rectangulares se obtiene multiplicando el largo por el ancho por la altura.

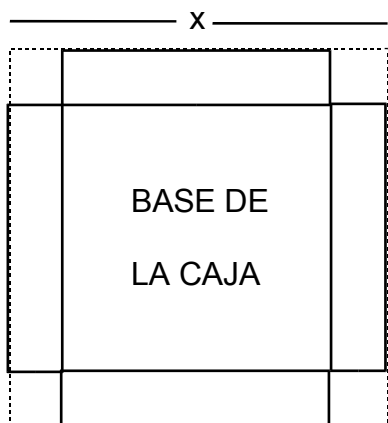


$$\text{Volumen} = a \cdot b \cdot c$$

Problema:

Se quiere construir una caja metálica de base cuadrada que tenga exactamente 400 centímetros cúbicos de capacidad, cortando cuadrados de 4 cm de lado en las puntas de una lámina cuadrada de aluminio y doblando los lados.

Qué tamaño debe tener la lámina para que no se desperdicie nada de material y la caja resulte de la medida exacta?.



Llamemos x al lado de la lámina

Entonces el lado de la base de la caja será igual a $x-8$ porque se le quitan 4 cm en cada extremo.

El volumen de la caja será:

$$\text{Volumen} = (x-8)(x-8) \cdot 4 \text{ centímetros cúbicos.}$$

Como se sabe que este volumen tiene que ser 400 c.c., escribimos la ecuación:

$$\text{Volumen} = 400, \text{ que reemplazando nos da: } (x-8)(x-8) \cdot 4 = 400.$$

Multiplicamos y ordenamos la ecuación, con lo cual nos queda:

$$4x^2 - 64x + 256 = 400 \quad \rightarrow \quad 4x^2 - 64x - 144 = 0$$

Podemos dividir toda la ecuación por 4 y tenemos: $x^2 - 16x - 36 = 0$

Resolvemos la ecuación factorizando: $(x-18)(x+2) = 0$

Obtenemos las dos soluciones: $x = 18 \text{ cm}$, $x = -2 \text{ cm}$

Solamente nos sirve $x = 18 \text{ cm}$.

Ejercicio: Construye siguiendo las indicaciones del problema, una caja con una lámina cuadrada 18 cm de lado, de cartulina, comprueba las dimensiones y calcula el volumen

2. Si un cuerpo se mueve con aceleración constante, la distancia recorrida está dada por la fórmula: $d = v_o \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$, donde: d = distancia, v_o = velocidad inicial, a = aceleración y t = tiempo gastado en recorrer la distancia d .

Problema:

Si los valores en un caso particular : $d = 200$, $v_o = 3$, $a = 2$. Encontrar el tiempo gastado en recorrer esa distancia.

Reemplazamos los valores que nos dan y la ecuación queda: $200 = 3t + 2t^2/2$.

Ordenando y simplificando se convierte en: **$t^2 + 3t - 200 = 0$**

Resolvemos utilizando la fórmula:

$$t = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-200)}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{809}}{2} = \frac{-3 \pm 28,4}{2}$$

Encontramos los dos valores para t , a saber: $t = 12.7$ y $t = -15.7$

Como se trata de tiempo, solamente sirve la respuesta positiva. Entonces, respondemos que el cuerpo gasta 12.7 unidades de tiempo para recorrer esa distancia en esas condiciones.

En Física practicarás el uso de las unidades convenientes, pero necesitas del Álgebra para resolver correctamente estos problemas.

TALLER No.12

Tema: **Problemas de Ecuaciones de Segundo grado**

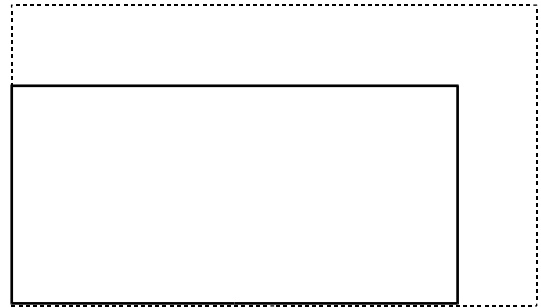
FECHA: _____

Lee, piensa, plantea la ecuación, encuentra y comprueba en cada caso la solución.

1. El producto de dos números consecutivos es 3.306. Hallar los números.
2. La suma de tres números positivos es 30. El segundo es doble del cuadrado del primero y el tercero es triple del primero. Hallar los números.
3. Hallar las dimensiones de un rectángulo que tiene un perímetro de 270 metros y un área de 4.500 metros cuadrados.

4. Una cancha para patinaje mide 100 metros de largo y 70 de ancho. El dueño quiere ampliarla añadiendo una franja en forma de L como muestra la figura, de modo que el área final resulte de 13.000 metros cuadrados.

¿Cuál es el ancho de la franja?



5. Un hombre desea usar 6 metros cúbicos de concreto para construir el piso de un patio rectangular. Si la longitud del patio debe ser doble del ancho y el grosor del piso debe ser de 8 cm. ¿Cuáles son las dimensiones del patio?
6. La temperatura T en grados centígrados a la que hierve el agua, depende de la altura (a) del lugar medida en metros sobre el nivel del mar, y se relacionan con la siguiente fórmula: $a = 1.000(100-T) + 580(100-T)^2$. ¿A qué temperatura hierve el agua en la cima del monte Everest que está a 8.840 metros de altura sobre el nivel del mar? (La temperatura debe ser menor que 100°C)
7. Si en un movimiento como el descrito en el taller anterior, un carro viaja con velocidad inicial de 40 Kilómetros por hora, comienza a acelerar a razón de 7 Kilómetros por hora en cada segundo, hasta recorrer 1.536 Kilómetros. ¿Cuántos segundos se demora en hacer ese recorrido?
8. Se tiene una lámina rectangular y de cada esquina se corta un cuadrado de 10 cm de lado. Se dobla y resulta una caja sin tapa de 18.000 centímetros cúbicos de volumen, y con una base cuyo largo es doble del ancho. Hallar las dimensiones de la lámina.

9. Para realizar una colección de grabados se necesitan páginas con las siguientes características: El área de grabado debe tener el ancho igual a los $\frac{2}{3}$ del largo. El margen por los cuatro lados debe ser de 2,5 cm de ancho y el área total debe ser de 2.925 centímetros cuadrados. ¿Cuáles son las dimensiones de cada página?

10. En el movimiento de caída libre, la aceleración es siempre igual a 9,8 metros por segundo en cada segundo. La velocidad inicial es 0. Si se deja caer un cuerpo desde 1.000 metros de altura, ¿Cuánto tiempo tarda en llegar al suelo?

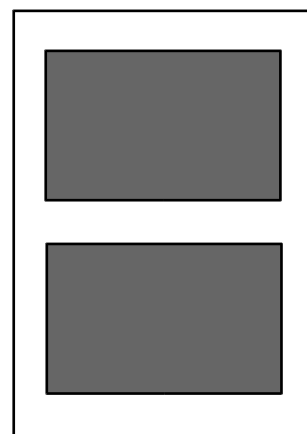
11. Dos motociclistas corren a partir de un mismo punto por caminos perpendiculares y rectos. Si la distancia que recorrió uno de ellos es 85 metros menos que la que recorrió el otro, y el área del rectángulo determinado por sus recorridos es de 164.250 metros cuadrados. ¿Cuánto recorrió cada uno?

12. Se necesita hacer un mantel para una mesa rectangular cuya superficie tiene el doble de largo que de ancho de tal manera que por todos los bordes quede una franja de 30 centímetros de ancho. Si el área total del mantel es de 36.000 centímetros cuadrados. ¿Cuáles son las dimensiones de la mesa?

13. El volumen de un cilindro está dado por la fórmula: $V = 3.14 \cdot r^2 \cdot a$, en donde r es el radio de la base y a es la altura del cilindro. Si al querer envasar 600 centímetros cúbicos de agua en un cilindro de 18 cm de altura quedaron por fuera 91.32 centímetros cúbicos de agua. ¿Cuál es el radio de la base del cilindro?

14. Un jardín rectangular se divide por el medio en dos partes iguales, y se bordea con un camino de 60 centímetros de ancho. Sobre la división se hace también un camino de 60 cm de ancho. Las partes que quedan son dos rectángulos iguales cuya longitud es doble de la anchura, que se destinan a las flores. Si el área total del jardín es de 462.16 metros cuadrados,

¿Cuál es el área dedicada a las flores?



TALLER No.13

Tema: **Los números Complejos**

FECHA: _____

1. Recuerda cómo se eleva un número al cuadrado y encuentra el resultado en cada uno de los siguientes casos:

$$3^2 = \underline{\hspace{2cm}}, \quad (-1)^2 = \underline{\hspace{2cm}}, \quad (17)^2 = \underline{\hspace{2cm}}, \quad (-5)^2 = \underline{\hspace{2cm}},$$

$$(2, 4)^2 = \underline{\hspace{2cm}}, \quad (-6)^2 = \underline{\hspace{2cm}}, \quad (-3, 5)^2 = \underline{\hspace{2cm}}, \quad (-2)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. Piensa, haz algunos ejemplos y después completa lo siguiente:

Cuando se eleva un número positivo al cuadrado el resultado tiene signo _____

Cuando se eleva un número negativo al cuadrado el resultado tiene signo _____

Cuando se eleva 0 al cuadrado el resultado es _____

3. Observa el ejemplo: Puesto que $5^2 = 25$, entonces $\sqrt{25} = 5$

Completa: $(-5)^2$ _____, entonces: $\sqrt{\hspace{1cm}} = \hspace{1cm}$

4. Observando el ejercicio anterior, piensa y completa la siguiente oración:

La raíz cuadrada de 36 puede ser _____ o _____

5. Comprueba lo que acabas de escribir: _____

6. Con la calculadora, encuentra las raíces cuadradas de los siguientes números:

2.25, 8, -139, 1.000, -76,8, -128, 52, -100, 456, 98, -64, -1, 1

7. Escribe V o F en el paréntesis:

Los cuadrados de los números positivos son positivos ()

Los cuadrados de los números negativos son negativos ()

El cuadrado de 0 es 0 ()

Todo número tiene dos cuadrados: uno positivo y otro negativo ()

Todo número positivo tiene dos raíces cuadradas: una positiva y otra negativa ()

Un número negativo no tiene sino una raíz cuadrada ()

El único número que tiene una sola raíz cuadrada es el 0 ()

8. Completa la siguiente oración:

Como siempre que se eleva al cuadrado un número distinto de 0, el resultado es positivo, entonces un número negativo no puede tener _____

Las raíces cuadradas de un número positivo se indican colocando los signos $\pm$ antes del radical. Significa que salen dos números distintos, uno con el + y otro con el - (Como en la fórmula de las ecuaciones de segundo grado)

Ejemplo: Las raíces cuadradas de 144: $\pm\sqrt{144} = \pm 12$ (son 12 y -12)

9. Indica con el radical las raíces cuadradas de los números siguientes y encuétralas usando la calculadora cuando sea necesario:

100 : _____

49 : _____

81 : _____

7,5 : _____

0,9 : _____

2500 : _____

TALLER No.14

Tema: **Los números Complejos**

FECHA: _____

Observa la ecuación de segundo grado: $x^2 + 1 = 0$

Para resolverla, como no tiene término en x, pasamos el término independiente al otro lado del igual y sacamos raíz cuadrada:

$x^2 = -1$ por tanto: $x = \pm \sqrt{-1}$ y estas raíces **NO SON REALES**. (Revisa el taller anterior si todavía no tienes claro por qué).

Los matemáticos resolvieron llamar al número $\sqrt{-1}$ “**unidad imaginaria**” y la representaron con una letra “**i**” minúscula.

De modo que: $i = \sqrt{-1}$ (No lo vayas a olvidar!)

Con esta nueva unidad, podemos decir que las soluciones de la ecuación $x^2+1=0$ dadas por $x = \pm \sqrt{-1}$ son los números imaginarios $x = i$ y $x = -i$.

Ahora sí podemos escribir el resultado de extraer raíz cuadrada a un número negativo, aplicando la siguiente propiedad de las raíces: $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

Veamos cómo hacerlo: Por ejemplo: $\sqrt{-25} = \sqrt{-1 \cdot 25} = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{25} = i \cdot 5 = 5i$

De modo que la raíz cuadrada de **-25** es **5i**, ó, **-5i** o sea ± 5 unidades imaginarias.

Con esto, siempre se puede terminar de resolver una ecuación de segundo grado, aunque el número que aparece debajo del radical sea negativo.

Ejemplo: Resolver la ecuación $x^2 + x + 1 = 0$

Como no se puede factorizar, aplicamos la fórmula: $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2}$

Esto nos da $x = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2} = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$ Separamos en dos fracciones y

tenemos que las soluciones son: $x = \frac{-1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$, y, $x = \frac{-1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$

Observa las soluciones de la ecuación del ejemplo anterior: Cada una de ellas está formada por dos términos: el primero es la fracción $-1/2$ que es la parte real y el segundo tiene la unidad imaginaria i con un coeficiente $\frac{\sqrt{3}}{2}$: Este segundo término se llama parte imaginaria.

Los **números complejos** son aquéllos que tienen una parte real y otra parte imaginaria.

Por ejemplo: $3 - 2i$; $-1+7i$; $1/4 - (3/4)i$; $0,55 - 1,3i$; $76 + 65i$;

Los números reales se pueden considerar como complejos cuya parte imaginaria es 0: $8 = 8 + 0i$

Los números complejos cuya parte real es 0 o no aparece en el número, se llaman **imaginarios puros**: Por ejemplo: $-3i = 0 - 3i$

Ejercicios:

1. Escribe usando la unidad imaginaria, las raíces cuadradas de los siguientes números negativos, aplica la propiedad de los radicales que se expresó antes para dejar el radical lo más simplificado que sea posible, : -4 , -5 , -6 , -9 , -12 , -16 , -20 , -50 , -64 , -72 , -81 , -90 , -100

2. Da seis ejemplos de números complejos que tengan parte real y parte imaginaria diferente de 0, seis que sean imaginarios puros y seis reales escritos como complejos.

3. Resuelve totalmente las siguientes ecuaciones:

$$2x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$x^2 + 2x + 4 = 0$$

$$5x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$x^2 - x + 2 = 0$$

$$3x^2 + 4x + 5 = 0$$

$$7x^2 + 28 = 0$$

$$4x^2 - 3x + 3 = 0$$

TALLER No.15

Tema: **Graficación**

FECHA: _____

Las gráficas son una parte muy importante del lenguaje de las Matemáticas. Saber expresar gráficamente relaciones entre datos y saber comprender gráficas son habilidades que sirven en múltiples ocasiones de la vida, incluso en el ejercicio de profesiones que no tienen ninguna relación aparente con la Matemática.

Veamos ejemplos de algunas formas gráficas frecuentes.

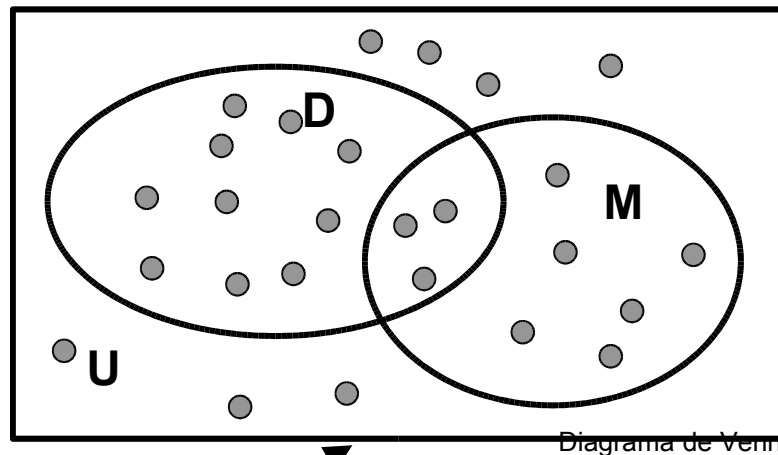
Diagramas:

● alumno

D deporte

M música

U noveno grado



1. Observa e interpreta el diagrama. Completa las siguientes proposiciones:

El noveno grado tiene _____ alumnos.

El grupo de Deportes de 9º tiene _____ alumnos

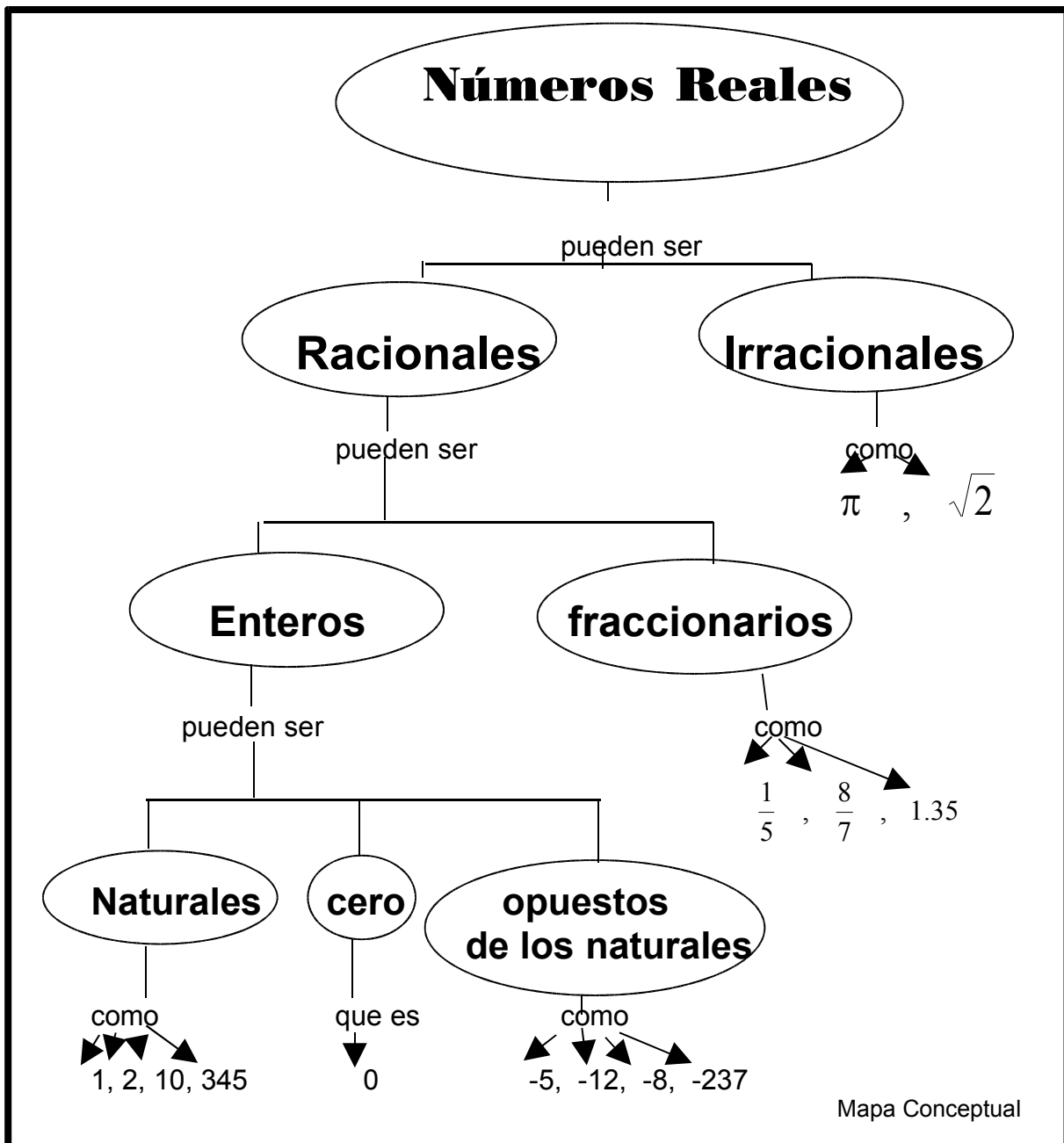
El grupo de Música de 9º tiene _____ alumnos

Hay _____ alumnos de 9º que toman música y deportes

Hay _____ alumnos de 9º que NO toman ni música ni deportes

En 9º hay _____ alumnos que practican una de las dos actividades pero no ambas.

El número de alumnos de 9º que NO practican deportes es _____



2. Observa el mapa conceptual de los números reales y completa:

El número 0.5 es racional y _____ pero NO es entero ni _____

El Cero (0) es un número _____ y _____

Los números -8, -3 son _____, _____ y _____

pero NO son _____

El número $\frac{3}{7}$ es _____, _____ y _____

DIVISIÓN ENTERA DE NÚMEROS NO NEGATIVOS

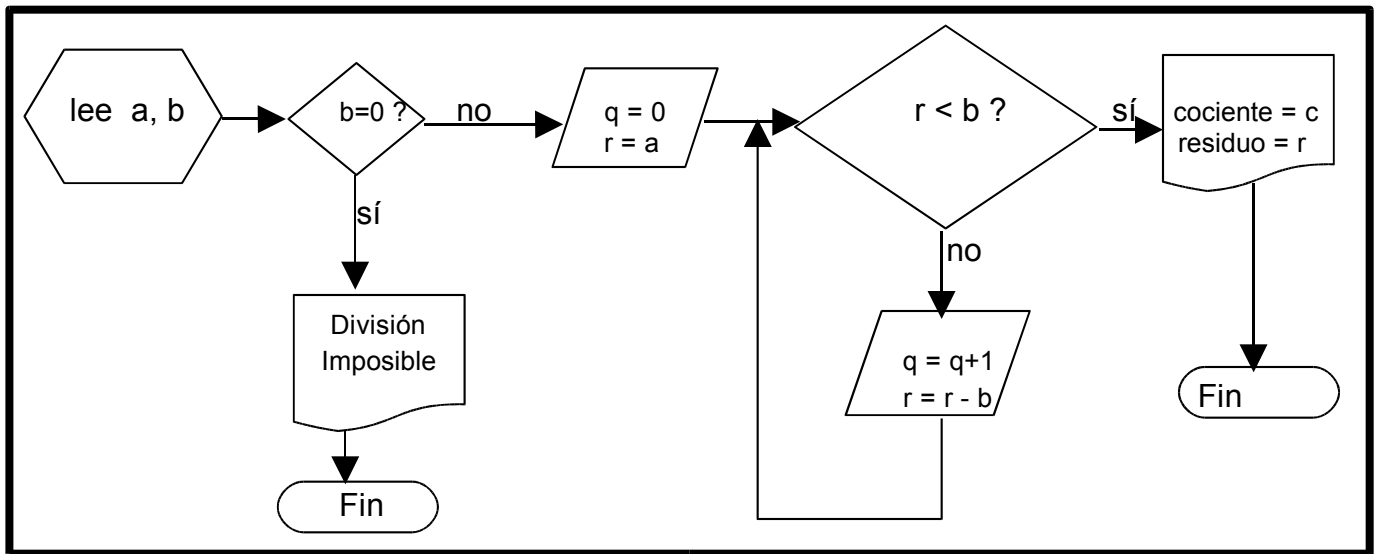


Diagrama de flujo

3. Aplica el procedimiento que establece el diagrama de flujo para encontrar el cociente y el residuo de dividir 3678 entre 29, anotando todos los pasos y contesta:

¿Cuántas veces fue necesario repetir el "bucle" central? _____

¿Cuál es el cociente? _____ ¿Cuál es el residuo? _____

¿Cómo puedes encontrar con tu calculadora el cociente y el residuo? (hazlo y continúa dibujando las teclas que debes pulsar en el orden necesario para encontrar las respuestas).

3	6	7	8		
---	---	---	---	--	--

4. Aplica el diagrama del flujo y el método de tu calculadora para hacer la división $785 \div 19$

Cociente = _____; Residuo = _____

5. Haz el diagrama de flujo de un procedimiento que ordene tres números naturales de menor a mayor y compruébalo con las siguientes ternas:

12, 5, 23 ;

8, 4, 1 ;

17, 56, 25 ;

34, 29, 83 ;

3, 7, 3

TALLER No.16

 Tema: **Graficación**

FECHA: _____

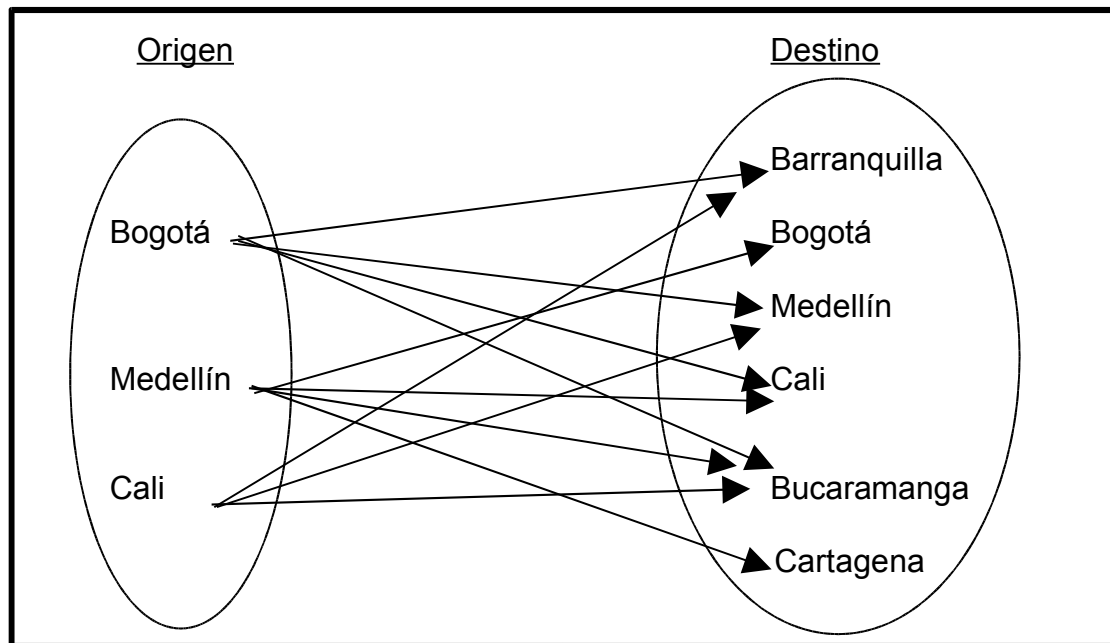
VUELOS DIARIOS DESDE TRES CIUDADES DEL PAÍS


Diagrama de relación

Estos diagramas permiten establecer gráficamente las relaciones entre dos conjuntos.

1. Observa el diagrama y contesta:

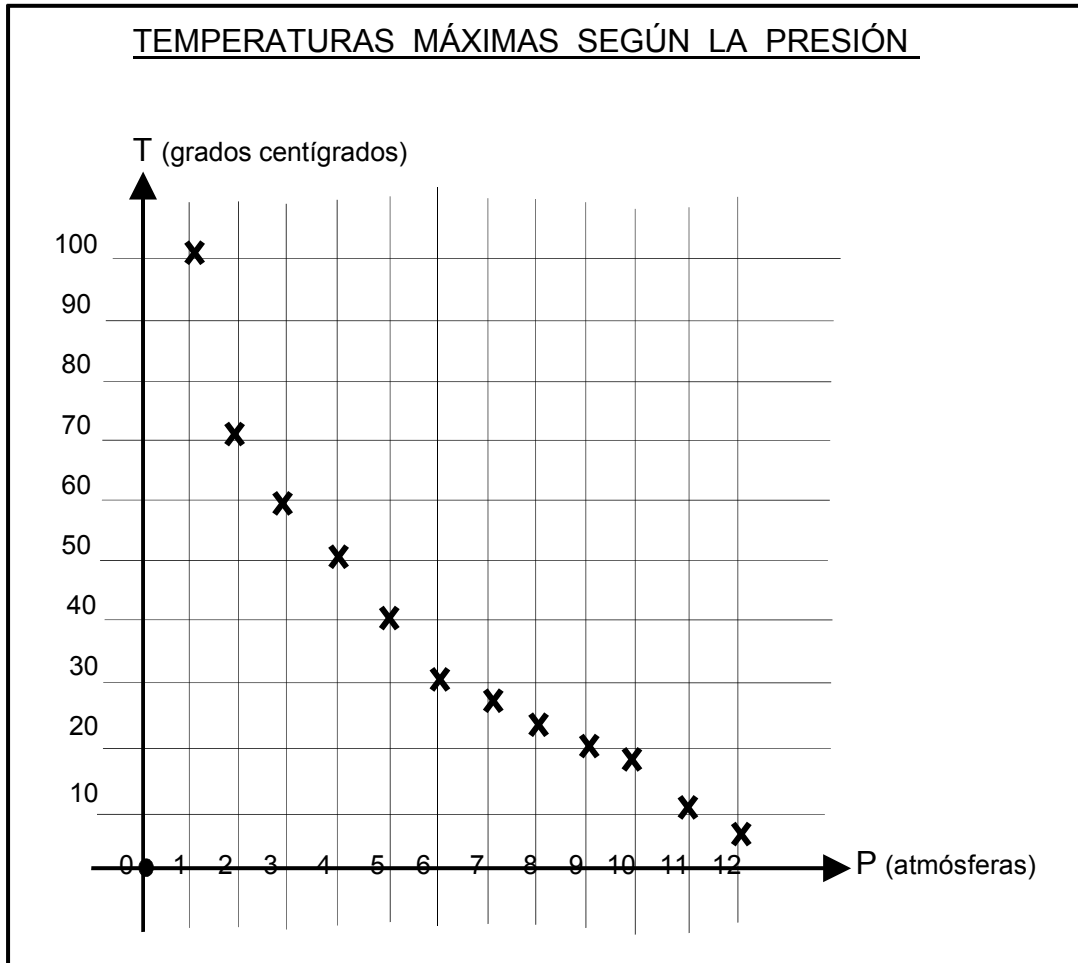
¿Cuántos vuelos salen diariamente desde Bogotá? _____

¿Qué ciudad de las que aparecen en el conjunto de destino no recibe vuelo diario de Medellín?

2. Haz un diagrama para expresar la relación alumno-profesor entre 5 alumnos de diferentes edades y 6 profesores del colegio.

Gráficas en el plano

3. Si en una fábrica los trabajadores deben controlar la temperatura de cierta sustancia según la tabla siguiente, de acuerdo con las lecturas de la presión, contesta las preguntas después de observar cuidadosamente los datos:



a) Si el indicador de la presión está en 10 atmósferas y la temperatura es de 25° C,

¿Es necesario modificar la temperatura? _____

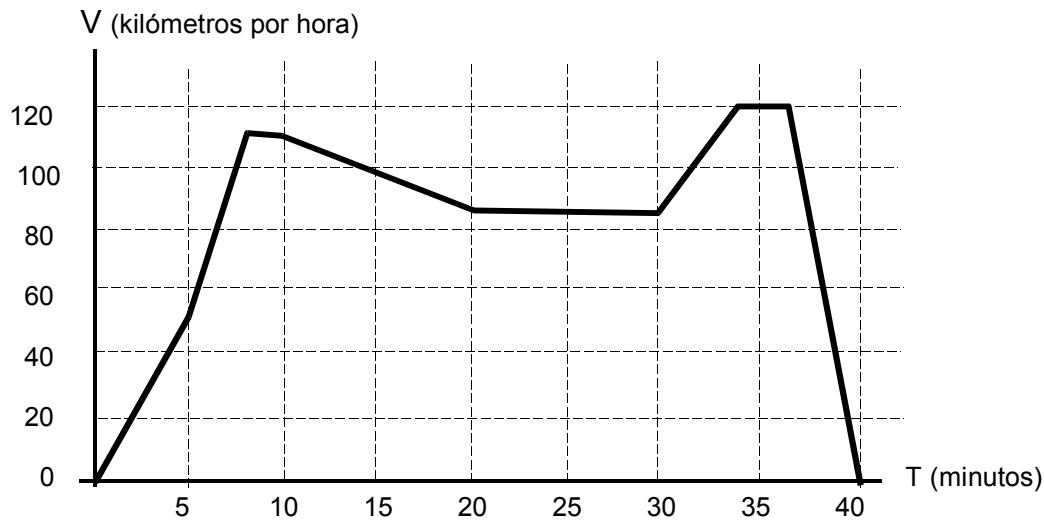
¿Debe subir o bajar la temperatura? _____

¿Cuántos grados aproximadamente tiene que modificar la temperatura _____

b) Si la presión está en 3 atmósferas y la temperatura está en 28°,

¿cuánto puede subir la temperatura hasta llegar al máximo permitido? _____

4. La siguiente gráfica muestra las velocidades de un vehículo durante un recorrido de 40 minutos.



- ¿A qué velocidad iba 5 minutos después de arrancar? _____
- ¿Cuál fue la máxima velocidad que alcanzó? _____
- ¿En qué momento alcanzó la máxima velocidad? _____
- ¿Entre qué momentos estuvo acelerando? _____
- ¿Entre qué momentos estuvo frenando? _____

5. Un cartero hace los siguientes movimientos en su moto:

Sale de su casa y recorre 60 kilómetros en una hora. Para y entrega correspondencia durante 30 minutos. Vuelve a arrancar y recorre 25 kilómetros hasta otro pueblo. Tarda 30 minutos en llegar. Para y se demora $\frac{3}{4}$ de hora en repartir el correo. Regresa a su casa por otra vía de 72 kilómetros en una hora y media.

Haz una gráfica distancia-tiempo del movimiento del cartero. (el tiempo en el eje horizontal)

