TALLER No.1
Tema: **El conjunto de los Números Racionales.** FECHA_______________

Ya conocemos un conjunto en donde siempre se puede restar un número de otro, de forma que el resultado siempre es otro número del conjunto. Es el CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS.

En este conjunto de los Enteros se puede además multiplicar siempre dos números y el producto es siempre otro número entero.

El problema aparece cuando queremos DIVIDIR un entero por otro diferente de 0: Suele quedar un residuo, que nos impide dar el resultado de una sola vez. Para evitar esto, y siempre buscando lograr lo perfecto, el hombre inventó el CONJUNTO DE LOS NÚMEROS RACIONALES.

Escuchemos de nuevo al profesor y sus ayudantes:

Profe: Ahí les va el conjunto de los Números Racionales, que vamos a llamar **"Q"**

Ayudante A: ¿Y por qué Q?

Profe: Por aquello de los QUEBRADOS, aunque no es exactamente lo mismo.

Ayudante B. Siempre inventando bobadas. Si ya tenemos los quebrados o fracciones, para qué cambiarles el nombre?

Profe: Deja de refunfuñar y atiendan ambos: Los Racionales son los resultados "precisos" de todas las divisiones de Enteros. Por ejemplo: $13 \div 4$ es el racional $\frac{13}{4}$. Esta respuesta es precisa. No sobra ni falta nada.

Ayudante A. ¿En qué se diferencia el racional que acaba de escribir de la fracción o quebrado $\frac{13}{4}$?

Profe: Para la mayor parte de las cosas es lo mismo. Sin embargo, cuando lo miramos como racional no estamos pensando en el número de partes en que se dividió la unidad, sino en el cociente o resultado de dividir 13 entre 4.

Ayudante B. Y ¿qué pasa con los que sí resultan, como la división $20 \div 5$ que da 4. Ahora resulta que 4 es quebrado?

Profe: Buena pregunta. 4 no es quebrado pero sí es racional porque es el cociente de dos enteros. De esta forma, también todos los enteros son racionales, porque todos, incluído el 0 pueden resultar de dividir un entero por otro entero.

Ayudante A: No entiendo mucho eso. Por qué no nos da algunos ejemplos?

Profe: Sí, claro, por ejemplo el 6 se puede escribir como $\frac{30}{5}$ *o como* $\frac{12}{2}$ *o...* $\frac{6}{1}$ *etc...* todos estos racionales son uno mismo, que en este caso es igual a 6.

Ayudante B: Y si se me ocurre hacer la división, aunque no dé entero, como en 1 $\div$ 2 que resulta 0,5 es también racional?

Profe: Tú eres un gruñón pero haces preguntas muy buenas. Pues 0,5 también es racional puesto que resulta de dividir un entero por otro entero, y es exactamente el mismo $\frac{1}{2}$ *o* $\frac{3}{6}$ *....etc* y todas las divisiones de enteros que den 0,5 como cociente.

Ayudante A: Y en el caso de 10 $\div$ 3? porque el resultado es un decimal que nunca se acaba: 1,3333....3...

Profe: Ése también es racional. Ahí tienes un caso en donde es mejor usar la forma de quebrado: $\frac{10}{3}$, que es más corta de escribir y de decir, pero si quieres puedes usar la forma de **"desarrollo decimal"** haciendo una aproximación a 1,33 por ejemplo, para que no te quedes toda la vida escribiendo la cola de 3333....

Ayudante B: Entonces todos los decimales son racionales?

Profe: Sí, todos los decimales que cualquiera pueda escribir son racionales. Para ver que se pueden obtener de la división de dos enteros, basta multiplicar y dividir por la potencia de 10 igual al número de cifras decimales del número.

Ejemplos: $1{,}783 = \frac{1.783}{1.000}$; $34{,}65 = \frac{3.465}{100}$; $0{,}02 = \frac{2}{100} = \frac{1}{50}$

1. Vuelve a leer todo lo anterior para que puedas comprender bien cómo está formado el conjunto de los Números Racionales.

2. Inventa otros 3 ejemplos de decimales y conviértelos a la forma de quebrado siguiendo la indicación que el profe da al final.

3. Escribe cinco racionales iguales al racional indicado:

$a) \ \frac{12}{7} =$

$b) \ \frac{3}{15} =$

$c) \ 0 =$

$d) \ 8 =$

$e) \ \frac{21}{6} =$

---

4. Piensa en la fracción 3/4 y en el racional 3/4 y completa:

La fracción 3/4 me hace pensar en ___________________________

El racional 3/4 es____

El racional 3/4 se puede escribir en forma decimal como _____

Tanto la fracción 3/4 como el racional 3/4 son iguales a los

siguientes quebrados: $\frac{6}{?} \quad \frac{?}{12} \quad \frac{?}{16} \quad \frac{15}{?}$

5. Escribe V ó F según sea Verdadera o Falsa la afirmación:

Todos los quebrados son racionales_____

Todos los racionales son quebrados_____

Todos los números que tienen cifras decimales después de la coma son racionales_____

Todos los racionales tienen cifras decimales después de la coma____

Todos los racionales son enteros______

Todos los enteros son racionales______

TALLER No.2

Tema: **El conjunto de los Números Racionales.** FECHA________________

También hay números racionales negativos, puesto que todos los enteros son racionales y hay enteros negativos.

El signo "-" en los racionales negativos va en el numerador ó por fuera de la fracción. Se siguen las mismas reglas de la división de enteros, en donde el divisor, que es el denominador, siempre va positivo. Si el denominador es negativo, se cambian signos arriba y abajo. Observa los ejemplos siguientes:

$$a)\ \frac{-3}{-5}=\frac{3}{5};\qquad b)\ \frac{3}{-5}=\frac{-3}{5};\qquad c)\ \frac{-3}{5}=-\frac{3}{5}$$

1. Escribir los siguientes racionales con el denominador positivo:

$a)\ \frac{67}{-12}=$ ____________________________

$b)\ \frac{8}{-10}=$ ____________________________

$c)\ \frac{-5}{-29}=$ ____________________________

$d)\ \frac{0}{-4}=$ ____________________________

$e)\ -4$ ____________________________

2. Convertir a la forma de fracción los siguientes racionales:

a) 0,25= b) -4,5= c) -0,089=

d) -1= e) 9,76= f) 12,37=

Para hacer operaciones con los Racionales se aplican las mismas reglas del juego que para los Enteros, en cuanto a los signos. Las operaciones se pueden hacer como fracciones, o como decimales, usando una calculadora para cambiar cada fracción por el resultado de la división del numerador por el denominador.

Observa con cuidado los siguientes ejemplos y repítelos en tu cuaderno.

$$a)\frac{3}{5}+\frac{-9}{5}=\frac{3-9}{5}=\frac{-6}{5};o,usandodecimales:0{,}6-1{,}8=-1{,}2$$

$$b)\frac{3}{5}-\frac{-9}{5}=\frac{3-(-9)}{5}=\frac{3+9}{5}=\frac{12}{5};o,0{,}6-(-1{,}8)=0{,}6+1{,}8=2{,}4$$

3. Lee con atención:

Observando los ejemplos anteriores, puedes escoger la forma de hacer las operaciones que te parezca más acorde con tu gusto, teniendo en cuenta que si usas siempre decimales pueden aparecer errores debidos a la aproximación. Si se usan fracciones, no hay errror en la respuesta.

En Matemáticas es exactamente igual escribir -1/2 que escribir -0,5, pero NO es lo mismo 1/3 que 0,33, porque aquí se hace una aproximación al recortar la cola de números “3” que resulta. Por eso las personas que necesitan total exactitud deben trabajar con los racionales escritos en forma de fracciones, pero la mayor parte de las cosas se pueden hacer usando los decimales con una calculadora.

4. Efectúa las siguientes operaciones por el método que prefieras para los racionales: como fracciones o como decimales con una calculadora.
¡¡¡Ojo con los signos!!!

$a)\quad \frac{-3}{7}\times\frac{2}{5}=$ $\qquad e)\quad (\frac{3}{8}-\frac{2}{5})\cdot\frac{-8}{11}=$

$b)\quad \frac{11}{6}-\frac{-3}{8}=$ $\qquad f)\quad (\frac{1}{7}\times\frac{-4}{9})\div\frac{3}{4}=$

$c)\quad \frac{-85}{37}\div\frac{-34}{53}=$ $\qquad g)\quad (-8+\frac{3}{7}-\frac{2}{5})\cdot\frac{1}{3}=$

$d)\quad \frac{-1}{9}+\frac{72}{13}=$ $\qquad h)\quad \frac{675}{-49}\div(34-\frac{27}{5})$

TALLER No.3
Tema: **El conjunto de los Números Racionales.** FECHA_______________

Los Racionales, cuando se escriben en forma de fracción pueden tener muchas representaciones, todas equivalentes.

Por ejemplo:

- El racional 5/10 es también 2/4, también 10/20,...150/300, ..etc. son infinitas las formas posibles de representarlo, pero hay una sola que no se puede simplificar, ésa se llama la "forma reducida" del racional. En el ejemplo, la forma reducida del Racional es **1/2**, porque todas las demás se pueden simplificar hasta obtener ésta que ya no se puede simplificar más.

1. Encuentra la forma reducida de los siguientes racionales:

28/36	54/72	-32/86	-1/15
100/70	29/16	-42/21	11/33

Ayudante A: Profe, ¿cómo puedo saber al ojo si dos racionales que parecen diferentes son iguales?

Profe: Ante todo, jovencito, qué eso de Profe? Dígame Profesor aunque se demore un poquito, o por mi nombre. En cuanto a su pregunta es muy importante. Para saber si dos racionales son iguales se aplica la Ley del Producto en Cruz, que ustedes ya conocen.

Ayudante B: ¿Como en las proporciones?, ¿Entonces es que simplemente dos racionales iguales forman una proporción?

Profe: Sí, exactamente, como en las proporciones: Es lo mismo tener una igualdad de racionales escritos en forma de fracción, que tener una proporción entre números enteros:

Por ejemplo, si tenemos los racionales 14/10 y 21/15, y queremos saber si son o nó iguales, aplicamos la ley del Producto en Cruz así:

Multiplicamos 14×15 y 10×21; en ambos casos obtenemos que el producto es 210, luego podemos escribir el signo igual ("=") entre los dos racionales: $\frac{14}{10} = \frac{21}{15}$

y ambos son iguales a otras muchas fracciones, entre ellas a $\frac{7}{5}$ que es su *forma reducida.*

Si un racional está escrito en forma decimal, entonces solamente tiene una representación. En el ejemplo anterior, al dividir el numerador por el denominador de los tres racionales, obtenemos en todos los casos el número **1,4.**

La ley del Producto en Cruz ***también se tiene que cumplir con los signos, en particular con los Racionales Negativos*** sin olvidar que el denominador tiene que positivo. La igualdad de dos racionales negativos no se considera como proporción porque solamente se acostumbra hacer proporciones con números positivos. El siguiente ejemplo es una igualdad de racionales negativos:

$\frac{-2}{10} = \frac{-3}{15}$ $\quad$ *porque* $\quad -2 \cdot 15 = -3 \cdot 10$: ambos productos son iguales a -30

2. Escribir si es verdadera o falsa cada una de las siguientes igualdades, y si puede representar una proporción:

$a)\ \frac{34}{25} = \frac{51}{75}\ (\quad);\qquad b)\ \frac{18}{30} = \frac{15}{25}\ (\quad);\qquad c)\ \frac{-56}{24} = \frac{-7}{3}\qquad d)\ \frac{-12}{10} = \frac{36}{30}\ (\quad);$

Regla para saber cuál es mayor de dos racionales

Si están escritos en forma decimal, es fácil ver cuál es el mayor. En caso de que estén escritos como fracciones, observa la regla en el siguiente ejemplo:

Tenemos los racionales 14/17 y 23/28 y queremos saber cuál es mayor.

Hacemos los productos en cruz, <u>empezando por el numerador del primer racional</u>:

$\frac{14}{17} \times \frac{23}{28}$; $\longrightarrow$ 14·28 y 17·23 ; que respectivamente nos dan 392 y 391.

Como es mayor el primer producto, entonces el racional 14/17 es mayor que el racional 23/28. $\quad \frac{14}{17} > \frac{23}{28}$

3. Escribir el signo que corresponda entre cada par de racionales. (=, >, <)

a) 1/5 7/29; b) 2/3 67/180; c) 13/29 23/51; d) 17/31 221/403

TALLER No.4

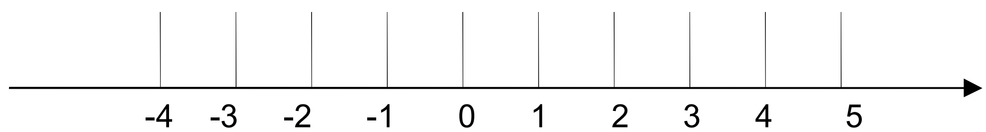
Tema: **La Recta Numérica.** FECHA________________

LA RECTA NUMÉRICA

El Profe y sus ayudantes siguen con el tema de poner números en una recta.

Lee el diálogo y represéntalo cuando lo hayas comprendido todo bien.

Profe: Volvamos a la recta en la que habíamos representado el conjunto de los números ENTEROS:



Entre dos enteros consecutivos no hay ningún otro número entero, y queda un espacio de una unidad de longitud sin números.

Si metemos los Racionales dentro de esta Recta, entonces resulta que ningún pedazo de recta quedará sin números.

Ayudante A: ¿Son tantos los racionales?

Son muchos, pero no más que los enteros, lo que pasa es que están distribuídos de una forma diferente, de modo que en cualquier pedacito de recta que uno pueda marcar, aunque sea muy corto, siempre hay racionales. (ojo, pero que no sea un solo punto, porque eso no es “un pedazo de Recta”)

Ayudante B: Eso sí que me parece puro bla, bla, bla...

Profe: Bueno señor Refunfuño, dígame a ver: ¿cuál es el largo de un pedazo de recta que le parece a usted muy chiquitico?

Ayudante B: Una diezmilésima de centímetro suponiendo que un centímetro es la unidad con la cual se marcaron los enteros.

Profe: ¿Y dónde quiere que marquemos ese pedacito de recta? Señale cualquier parte en donde le parezca.

Ayudante B: Pues por ejemplo, adelante del 4, antes del 5.

Profe: Muy bien. Como es tan chiquito el pedacito, no lo podemos repintar pero sí podemos imaginarnos ese pedacito y pensar así: Supongamos que sale de 4,3745 y llega a 4,3746. Eso tiene una diezmilésima de largo, ¿Está de acuerdo?

Ayudante B: Sí, pero eso no prueba que dentro de ese pedacito haya otros racionales.

Profe: Bueno, dígame en dónde estará el Racional 4,37455?

Ayudante B: Pues....ya veo que usted se sale siempre con la suya, pero voy a pensar otro pedazo en que no me la pueda hacer ....

Ayudante A: ¡Claro! ¡en la mitad del pedacito que nos estamos imaginando, porque 4,37455 es más que 4,3745 y menos que 4,3746 !
¡¡¡Qué chéveres son esos racionales!!! Me empiezan a gustar por todo lo que se puede hacer con ellos.

Profe: Ahora es tiempo de sacar calculadora para ubicar racionales en la recta:

Recuerden que los negativos menores son los que "parecen más grandes", como en los enteros. Por ejemplo, para saber cuál es mayor entre el racional -22/7 y el racional -32/15, lo mejor es convertirlos ambos a decimales, haciendo las divisiones y después mirar en la Recta Numérica cuál queda más hacia la derecha: ése será el mayor de los dos:

Primer racional: -22/7 = -3,1428571;
Segundo racional: -32/15 = -2,13333333:

Imaginémoslos en la recta numérica: ambos están a la izquierda del 0, el primero entre -4 y -3, y el segundo entre -3 y -2, esto es más a la derecha, por tanto:

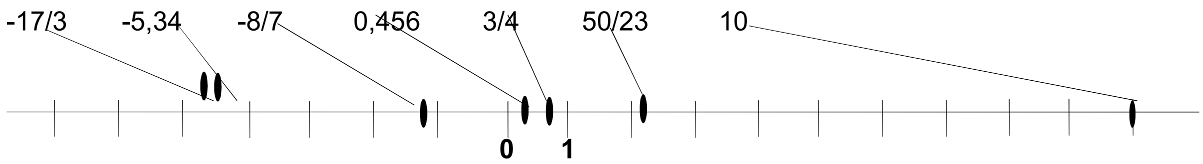
- 32/15 > -22/7

Si fueran positivos, el mayor sería 22/7, pero como son negativos, el mayor es -32/15 porque está a la derecha de -22/7.

De esta forma se puede siempre ordenar un conjunto de números, aunque unos estén escritos en forma de fracción y otros en forma decimal. Basta ubicarlos en la recta numérica para saber cuál es el orden.

Por ejemplo: los racionales 3/4; -8/7; 0; 50/23; 10; 0,456; -5,34; -17/3,

Al ubicarlos en la recta numérica:

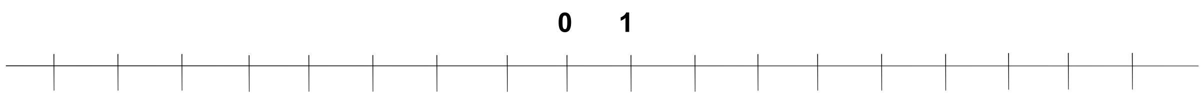


automáticamente quedan ordenados de menor a mayor:

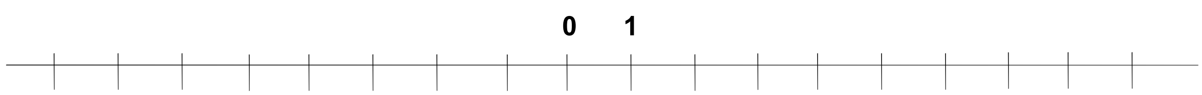
-17/3 < -5,34 < -8/7 < 0 < 0,456 < 3/4 < 50/23 < 10

2. Ubicar en la Recta Numérica y escribir en orden de menor a mayor los siguientes conjuntos de números:

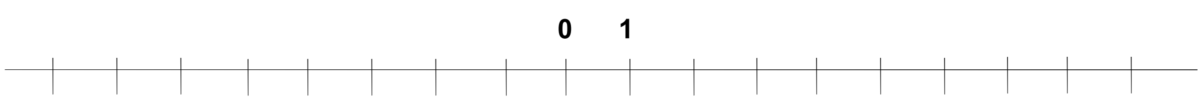
a) -34; 23; -345/10; 7,834; -3,5; 2,9; -0,7; 62/7; 111/5;



b) -0,672; -2,6; 45/23; -9/18; 36/12; -2,63; 0; -17/8;



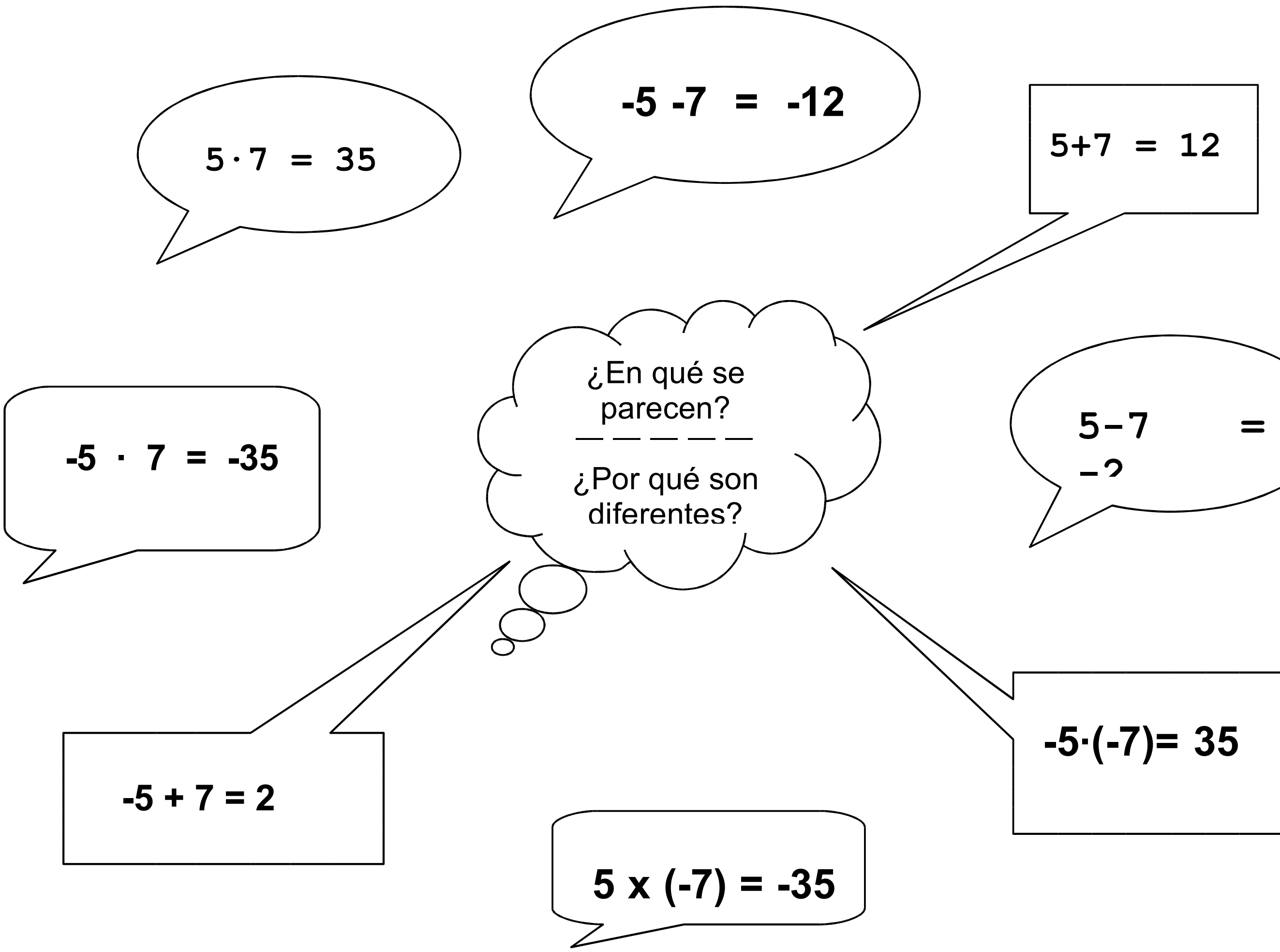
c) -5; 40/9; 72/18; -27/5; -39/7; 1, 13/14; -5,1123; 4,3257



¿Crees que ya sabes ordenar y ubicar números sin equivocarte? ______

Si contestaste <u>No</u>, vuelve a hacer todo el taller. ¡¡ÁNIMO!!

TALLER No.5
Tema: **Repaso de las leyes de los signos.** FECHA________________



<u>Reglas</u>:

1. Si los números aparecen seguidos, con sus signos, sin signo "por" ni paréntesis ni punto entre ellos, entonces es una **suma**.

En este caso se les miran los signos:

Si los signos de los dos números son iguales, los números se suman y el resultado tiene el mismo signo de los números.

Si los signos son diferentes, entonces los números (como si no tuvieran signo) se comparan, se restan y el resultado tiene el signo del mayor.

2. Si aparece un punto o un signo "por" o los dos números están segidos y entre paréntesis con todo y su signo, entonces es una **multiplicación**

En este caso: Si ambos números son positivos o ambos negativos, el signo del resultado es **positivo**.
Si uno de los números es positivo y el otro negativo, entonces el signo del resultado es **negativo**.
Se escribe el signo y a continuación se multiplican los dos números como si no tuvieran signo y se escribe el producto.

Cuando un número aparece sin signo, es positivo.

3. Si aparece un signo "menos" antes de un paréntesis, entonces se cambian todos los signos de dentro del paréntesis, antes de hacer las operaciones.

Por ejemplo: $7 -(5-8) = 7 - 5 + 8 = 10$

Si aparecen varias operaciones se hacen primero las multiplicaciones y después las sumas.

Por ejemplo: $-6 + 7\cdot(-5) +9 = -6 -35 + 9 = -32$

Encuentra el resultado de las siguientes operaciones:

12x(-4)=_____; (-45)x(-9)=_____; (-56)x34=_____; 98x0=____;

45x78=______; (-5)x0=______; 123x(-56)=______; 0x0=____;

8x91x(-4)x(-1)=____________; (-12)x3x(-5)x2x(-1)=__________;

(-3)x(-6)x21x0x(-24)=_________; (-1)x(-4)x8x(-23)x(-2)=______

$(6+5-2\times4-8) -(3-7-2+5)$____

$(3\times(-5)) - (-4\times-6)$____

$(-1-4+3\times3) + (7-(-3-5+9))$____

$(15-21-4+7) - (-9-(1-4+2-3))$____

$(1-3+5-3) + (-6-8)$____

$(4+9-6) + (-3+7-4)$____

TALLER No.6
Tema: **Principales elementos del álgebra.** FECHA_______________

Para identificar los elementos del Algebra es necesario que siempre sepas qué significa cada una de las siguientes palabras:

<u>NÚMERO</u>: Todos los números que conoces forman parte del Algebra: el cero, los positivos y los negativos, sean enteros, fraccionarios, raíces, o decimales.
Ej: 1; 2,45; -7/5; 3,1416, $\sqrt{5}$, 2/3, 75, -17, 0, -2, ... etc.

<u>LETRA:</u> Todas las letras del alfabeto español y también del griego se pueden usar para representar números desconocidos dentro de las expresiones algebraicas. Generalmente se usan letras minúsculas: a, b, m, n, x, y, α, γ.

<u>OPERACIONES ALGEBRAICAS:</u> Suma, Resta, Multiplicación, División, Elevación a Potencias y Extracción de Raíces. La multiplicación generalmente va sin signo cuando no hay lugar a equivocación. Entre números se puede indicar con $\times$ ó con un punto entre ellos: 7×8 es lo mismo que $7\cdot 8$; 7a es lo mismo que $7\cdot a$, ... Cuando un número o letra tiene el signo - y se va a multiplicar, es necesario escribirlo entre paréntesis para que no se confunda con una resta.
Ej: $2(-a) = 2\times(-a)$; $4a\cdot(-5) = 4(-5)a = -20a$

<u>EXPRESIÓN ALGEBRAICA:</u> Una expresión algebraica es cualquier secuencia de números y letras, que pueden tener exponentes o raíces, ligados entre sí mediante signos de operaciones algebraicas. Un solo número o letra puede ser también una expresión algebraica.
ejemplos : $23a$, $4v-2c+5y$, $4x^3-1$, x, 5^3x^2, $2a + v - t(-7) + 45y - 157p$

<u>TÉRMINO:</u> Es una expresión algebraica que no contiene internamente operaciones de suma o resta.

Los términos de una expresión algebraica son las partes que están separadas por los signos de suma (+), o resta (-).

Los ejemplos anteriores son expresiones algebraicas que tienen respectivamente 1,3,2,1,1 y 5 términos.

No hay que confundir el signo menos de un número negativo que va multiplicado por otro, por lo cual se pone dentro de un paréntesis, con la resta de un término. Por ejemplo: En <u>7·(-5)·4b</u> hay un solo término, y en: <u>7 - 5·4b</u> hay dos términos

<u>COEFICIENTE:</u> El coeficiente de un término algebraico es el número que multiplica a la parte literal. Este número debe calcularse haciendo las operaciones indicadas cuando aparecen varios números y se escribe siempre antes de las letras del término. Si no aparece ningún número el coeficiente es 1 o -1, según el signo: Ejemplos:

$xy^2 z^3$: 1 es el coeficiente; - a m t : -1 es el coeficiente

3a6b = 18ab: 18 es el coeficiente;

$x4(-3)y^4 = -12xy^4$ -12 es el coeficiente del término.

2ab/7 = (2/7)ab: 2/7 es el coeficiente.

$3\cdot yz5^2a = 3\cdot 5^2ayz = 3\cdot 25\ ayz = 75\ ayz$. 75 es el coeficiente.

EXPONENTE: Es un número pequeño colocado a la derecha y arriba de un número o de una letra y que indica que se eleva a una potencia, cuando ésta es mayor que 1. Si la letra no tiene exponente, significa que su potencia es 1 y para las operaciones se debe tener esto en cuenta, contando como si tuviera exponente igual a 1. En el segundo ejemplo del párrafo anterior, 4 es el exponente de y. En el último 2 es el exponente de 5. La potencia de y en el último ejemplo es 1, por eso no tiene exponente.

PARTE LITERAL: La parte literal de un término algebraico es la parte formada por productos o divisiones de letras que pueden tener o no tener exponentes. Las letras se ordenan alfabéticamente dentro de cada término: Ejemplos:

En $3\cdot x(-4)m^3n^2 = -12m^3n^2x$ -12 es el coeficiente, y m^3n^2x es la parte literal.

En $\frac{5x^4y^2}{3m^2}$: 5/3 es el coeficiente y x^4y^2/m^2 es la parte literal.

GRADO DE UN TÉRMINO. El grado de un término es la suma de las potencias de las letras que aparezcan multiplicadas entre sí en el numerador menos la suma de las que aparecen multiplicadas entre sí en el denominador. Si no hay denominador, es solamente la suma de las potencias de las letras.

En: $18ab + 12xy^4 - \frac{5x^4y^2}{3m^2a}$: El grado del primer término es 2, el del segundo término es 5 y el del tercer término es 3.

MONOMIO: Es una expresión algebraica que tiene solamente un término: Ejemplos: a, 3x, $-54mn^2$, $\frac{5x^4y^2}{3m^2}$, son monomios.

POLINOMIO: Expresión algebraica que tiene más de un término.

Ejemplo: $7x^3 - 4x^2 + 5x - 12$ Es un polinomio de cuatro términos

Los polinomios que aparecen con más frecuencia en el Algebra Elemental son:

BINOMIO: Expresión algebraica de dos términos. Ejemplos:

$a+b$; $2xy - 7x^2y^3$; $\frac{5x^4y^2}{3m^2} + 1$

TRINOMIO: Expresión algebraica de tres términos.
Ejemplos: $5x^2 - 4x + 7$; $a+b-c$

GRADO DE UN POLINOMIO: Es el mayor de los grados de los términos.

---

1. Observa la siguiente expresión algebraica

$$3x7y^3 + \frac{7}{9}a^5b - 6m(-9) + \frac{2}{7}x(-3)y - \frac{3ab}{5xy}$$

a) Completa: Esta expresión es un ___________________________

El número de términos es ______ El grado de la expresión es ______

b) Llena el cuadro siguiente, según la información que contiene el polinomio

	primero	segundo	tercero	cuarto	quinto	sexto
término						
coeficiente						
p. literal						
grado						

OJO! No inicies nuevo taller hasta que no comprendas bien y sepas identificar todos los elementos del Algebra que has conocido en éste.

TALLER No.7

Tema: **Valor numérico de una expresión algebraica.** FECHA________________

Cuando en una expresión algebraica se reemplazan las letras por números y se hacen las operaciones, el número que resulta al final se llama el valor numérico de la expresión.

Si se cambian los números o valores que se dan a las letras, cambia el valor numérico de la expresión.

Por ejemplo: Si tenemos la expresión: $5x + 2y - 3z$

El valor numérico para esa expresión, con $x=2$, $y=1$, $z=-7$ es 33;

Con $x=-6$, $y=8$, $z=1$ el valor numérico es - 17

1. Si a=3, cuánto es: 2a = ____; 5a =_____ ; -3a = _____;

2. Si b=5, cuánto es: -b = ______; 7b = ________; b^2 =______; -11b = _____

$\frac{22}{15}b$ = _________; $b^3 - 4b^2 + 12b$ = ______________; $(-6/5)b^3$ = _________

3. Si a=2, b=7, completa: a+b=________; a-b=_____; 6ab=_______

2a+3b = _____________; 5a-8b= ______________; -4ab = ________;

4. Si x =12, y =10, z = -2, completar: -x+y+2z = ___________________________

3x-5y+10z = ____

-5xy + 3xz - yz = ____

Recuerda el orden de las operaciones:

Si NO hay paréntesis, primero se hacen las multiplicaciones y las divisiones y después las sumas y las restas.

Si hay paréntesis, primero se hace lo que está dentro del paréntesis y después se sigue el orden anterior.

Si no te acuerdas de las leyes de los signos en las operaciones, es necesario que repases más ese tema hasta que no te equivoques.

Por ejemplo: Hallar el valor numérico de $6a(3b-5c) + 2abc$ si, $a=1$, $b= -2$, $c= 4$

Primero el paréntesis: $3\cdot(-2) - 5\cdot4 = -6-20 = -26$

Entonces la expresión queda: $6a\cdot(-26) + 2abc$

y al reemplazar por los valores queda: $6\cdot1\cdot(-26) + 2\cdot1\cdot(-2)\cdot4$

y esto da: $-156 - 16$ lo cual lleva al resultado final de $\underline{-172}$

5. Con $x = -1$, $y = 3$, $z = -4$, halla el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas.

$(2x-5y)(3z+2x)(6y+4z)=$____

____

$3z(2y)^2 + (5x - 2z)y - 10x(y+z)=$__________________________________

____

____

$2x(y+z) + 3y(x+z) - 5z(x+y) =$ ____________________________________

____

____

$4x^2 + 6y^3 + 7z^2 =$____

TALLER No.8
Tema: **Términos Semejantes.** FECHA________________

Se llaman términos semejantes a los términos que tienen partes literales iguales.

Por ejemplo: 6mn, 10mm, -5mn, $\frac{3}{4}$mn, son términos semejantes.

En cambio 3mn, 6m NO son semejantes; tampoco lo son 2m $-3m^2$

Las partes literales tienen que ser iguales tanto en las letras como en los exponentes de cada una de las letras, aunque NO en el orden de los factores.

Cuando hay dos o más términos semejantes, éstos se **reducen** a uno solo, sumando sus coeficientes.

Ejemplos: 3a + 2a - 11a = -6a; 7xy + 4xy -3yx = 8xy; $2b^2 - 10b^2 + b^2 = -7b^2$

En una misma expresión puede haber diferentes tipos de términos semejantes que se reducen entre sí.

Por ejemplo, la expresión 5ab - 2 bc + 3ba - 6ac +7bc + 4ca tiene tres tipos diferentes de términos: Los que tienen ab, los que tienen ac y los que tienen bc.

Al reducir los términos semejantes nos da:

5ab - 2bc + 3ab - 6ac +7bc + 4ac -11bc = 8ab - 6bc - 2ac

Reducir los términos semejantes que haya en las siguientes expresiones:

1. a+a=_____ ; a+2a = _____; 3a+2a+a=______; 5a-2a+4a=_______

2. x+x+y+y=______ ; 3x+5y-2x+3y=___________; -12x+45y+3x-60y=__________

3. x^2+x^2-x-x = _______; $4x^3+3x^2-x^3-x^2$=____________; $6y^2x+3xy^2$ =_________

4. $10m^3x^2+3xm-6mx-7x^2m^3$ =____;

5. $3abc^2+2ab^2c-4abc^2-ab^2c =$ ______________________________________

6. $5+7y^2-4y+43+11y^2-22y+10=$ ____________________________________

7. $2a+b-a+2b - 5a + ba - 2b + 4ab -7b -a =$ _______________________

Siempre que aparezca un signo igual (=) entre dos expresiones algebraicas, que tienen términos semejantes, tiene que cumplirse a lado y lado que la suma de cada tipo de términos dé igual.

En las siguientes igualdades faltan términos. Encúentralos y completa de modo que se cumpla cada igualdad:

8. $3ab +$ __________ $-2a-5b = 3ab-b$;

9. $6mn-7m +$ ________ $= mn+2m$

10. $m^2-8m+7+$ _________ $= 3m^2-2$;

11. __________ $+ 3bc -5 = 5ac + 2$

12. $6xym-2xm+3xy+$ ____________ $= -2xy+xm-3xym$;

¿Recuerdas la ley distributiva de la multiplicación? $a(b+c) = ab + ac$

Aplica esta ley en los siguientes casos y si salen términos semejantes, redúcelos.

13. $3m(2a + 5b)=$ ____________________; $p(2q-p)=$ ___________________

14. $2y(6m-3n) + 2n(5y-m) =$ ______________________________________

15. $3ab(a+b) - b^2 (a-c) =$ ____

16. $-7z(x+y) -2y(x-z) =$ ____

TALLER No.9
Tema: **Multiplicación de expresiones algebraicas.** FECHA________________

Ten presentes las siguientes reglas de la multiplicación:

- La regla distributiva (simple) de la multiplicación: **a (b + c) = ab + ac**
- La regla distributiva (doble) de la multiplicación:

$$\mathbf{(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd}$$

Por ejemplo: (3m - n)(2a+c-p)= 6ma + 3mc -3mp -2na -nc +np

- La regla para multiplicar potencias de una misma base: $\mathbf{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$

Por ejemplo: $x^3 \cdot x^2 = x^5$

- La regla para elevar a una potencia otra potencia:

$$\mathbf{(a^m)^n = a^{mn}}$$

Por ejemplo: $(x^2)^4 = x^8$

- Y la regla para elevar a una misma potencia un producto:

$$\mathbf{(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n}$$

Por ejemplo: $(5xy^3)^2 = 5^2 x^2 (y^3)^2 = 25 x^2 y^6$

Aplicando estas reglas se pueden hacer todas las multiplicaciones del álgebra.

Recuerda que el orden de los factores puede cambiar sin que cambie el resultado de la multiplicación.

En los siguientes ejercicios, multiplica, reduce si hay términos semejantes y ordena. (Todas las operaciones deben quedar en el taller. Usa el respaldo)

Piensa bien en las reglas que debes aplicar antes de hacer cada ejercicio.

1. a.a=_____ ; a.2a = _____; 3a.2a.a=________; 5a.2b.4a=___________

2. x.x.y.y=________; 3x.5y.2x.3y=____________; $7 \cdot x^2\ x^3\ \cdot 5x$ = ___________

3. $9x^2.(3x-2y+7) =$ ____

4. $(a-4)(a+7) =$ ____

5. $(6x-3)(2x+5)=$ ____

6. $(10m^3x^2+3xm).(6mx-7x^2m^3) =$ ______________________________________

7. $(5+7y^2-4y).(43+11y^2-22y)=$ ______________________________________

8. $(2a+b).(2a+b)=$ ____________________; $(2a-b).(2a-b)=$ __________________

7. $(x-3)(x^3+5x^2-4x+3)=$ ____

8. $(a+1)(1-a)=$ ____________________; $(x^2+3)(x^2+3)=$ ____________________

9. $(a+c)(a^2-ac+c^2)=$ ____________________ $(a-c)(a^2+ac+c^2)$ __________________

10. $(5m^3-4)(5m^3+4) =$ ____________________ $(5m^3-4)(5m^3-4)=$ __________________

11. $(y-a)(y+3a)=$ ______________________ $(x+x^2)(x+4x^2)=$ ____________________

12. $(x-3)(x+5)(2x-4)=$ ____

13. $(3-y)(y^3-1)(5+y^2)=$ ____

14. $(a+b+c)(a-b-c) =$ ____

15. $-(3x-4y)(x+3y)(-x-y) =$ _______________________________________

TALLER No.10

Tema: **Productos Notables** FECHA________________

Este taller tiene como objetivo que tú observes y memorices algunos resultados de multiplicaciones que has hecho en el taller anterior y que se te van a presentar muchas veces. Si los recuerdas te ayudarán a salir adelante con rapidez y elegancia.

Recuerda que cualquier expresión multiplicada por sí misma es igual al cuadrado de expresión inicial. Como en $(a+b)(a+b) = (a+b)^2$

Esos resultados especiales se llaman <u>"Productos Notables"</u> y son los siguientes:

1. El cuadrado de una suma: $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$
2. El cuadrado de una diferencia: $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$
3. La suma por la diferencia: $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$
4. El cubo de una suma: $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
5. El cubo de una diferencia: $(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

Aplicando las fórmulas de los productos notables encontrar rápidamente los resultados de las siguientes operaciones:

1. $(5x^3+4y^2)^2 =$ ____
2. $(5x^3-4y^2)^2 =$ ____
3. $(5x^3+4y^2)^3 =$ ____
4. $(5x^3-4y^2)^3 =$ ____
5. $(5x^3+4y^2)(5x^3-4y^2) =$ _____________________________________
6. $(11m^2-3p^5)(11m^2+3p^5) =$ __________________________________
7. $(11m^2-3p^5)^2 =$ ____________________________________

Ejercicios de repaso.

Efectuar las multiplicaciones siguientes y escribir el resultado ordenadamente y en la forma más simple que sea posible : (Trabajar en hoja aparte pero escribir los resultados aquí).

1. $(2x^2yz)(3xy^2z^3)=$__________________ 2. $(-2ab)(-3a^2b^3)=$______________________

3. $-(2/3)ab^3(3/4)a^3b^2 =$_______________ 4. $2x^2(3x-4x^3+5x^2)=$____________________

5. $(5/4)ab^2(a^2b-3ab+6a^3b^2)=$____

6. $7/5(2a+5b)=$______________________ 7. $(4m+5)(2m-3)=$______________________

8. $(x+3)(3x^2-4x^3-5x^4-25x+17)=$____

9. $(t-4)(t-8)=$_________________________ 10. $(2x-1)(x+3)=$_______________________

11. $(3x + 1/3)(x - 2/5)=$____

12. $(y + 9/7)(4y - 5/3) =$____

13. $(2x-5)(2x+5)=$____________________ 14. $(3y+1)(3y-1)=$______________________

15. $(5z-2)(5z+2)=$____________________ 16. $\{3m - 7/5)(3m + 7/5)=$________________

17. $(3t^2p^4-5t)(3t^2p^4+5t)=$____

18. $(6a^2b^3-5ab)(6a^2b^3+5ab)=$____

19. $(6a+7b)^2=$_______________________ 20. $(2x^2-3y^3)^2=$_________________________

21. $(4x-8)^2=$__________________________ 22. $(6y+25)^2=$_________________________

23. $(3a-2b)^3=$_______________________ 24. $(x^2+2y)^3=$__________________________

25. $(6m^4+2n^2)^3=$_____________________ 26. $(x/5 -3)^3=$__________________________

27. $\{(8/7)x+ 6/5\}^2=$____________________ 28. $\{(x+2)/7\}^2 =$______________________

29 $(p-q)(p-q)=$______________________ 30. $(2t-5)^2 =$___________________________

31. $(r-4t)(4t+r)=$_____________________ 32 $(3u-9)(3u+9)=$______________________

33. $(2x+3)^2$ ________________________ 34. $(15-f)(15+f)=$______________________

TALLER No.11

Tema:**Construcción de expresiones algebraicas.** FECHA________________

¿Para qué sirve el Algebra?

En la práctica, el Algebra sirve fundamentalmente para ayudarnos a resolver problemas en los cuales aparecen cantidades desconocidas con relaciones entre ellas más complejas que en los problemas de Aritmética.

La clave de usar con éxito el Algebra está en saber representar con letras, en forma apropiada, las cantidades desconocidas así como las operaciones que presenta el problema y las relaciones entre las incógnitas y los datos .

Por ejemplo:

Si busco un cierto número, empiezo por llamarlo de alguna manera, por ejemplo "x" ó "y" . (escojamos **x**) . El número o números desconocidos se llaman **"incógnitas"** del problema.

Si el problema habla del doble del número, entonces yo escribo **2x**, puesto que el doble se obtiene multiplicando por 2.

Si además dice que "el cuadrado del doble de un número", entonces elevo al cuadrado (2x) y obtengo "$(2x)^2$" o sea $4x^2$.

Finalmente: si dice que el cuadrado del doble de un número es 100, veo que ahí hay una relación de igualdad y escribo $4x^2 = 100$.

Así he llegado al **"planteamiento de una ecuación"**. Resolver la ecuación es una mecánica que aprenderemos próximamente.

De nada sirve saber resolver ecuaciones si no se plantean correctamente los datos y cantidades desconocidas de los problemas.

Lo primero que se debe hacer es identificar la incógnita o las incógnitas y darles un nombre de letra. Esto se debe escribir, antes de empezar a resolver el problema. Por ejemplo, si el problema pregunta por una cantidad de dinero, yo puedo escribir para empezar: *Llamo "**y**" al número de pesos que se busca.*

A continuación, miramos los otros datos para ir estableciedo relaciones.

Lee con atención y haz en tu cuaderno los siguientes ejemplos: (si no comprendes algo, pregunta al profesor y discute con tus compañeros para entender la correcta explicación en cada caso).

- Si dice que **los dos tercios** de esa cantidad de dinero, esto se escribe simplemente ,
- O si dice algo del **33 por ciento** de ese dinero, lo escribo **0,33y**, (recuerda que el 33 % significa que el número se multiplica por 33 y se divide por 100, lo cual equivale a multiplicar por 0,33. ( )
- Si habla del número aumentado en 6 unidades, escribo **y + 6**. si habla de la diferencia del número con 97, escribo **97 - y** , ó, **y - 97** según se entienda del resto del problema.

Pueden presentarse inmensa variedad de situaciones, pero el que practica llega a ser capaz de interpretarlas todas en forma correcta.

En cada caso es necesario leer muy bien el problema, varias veces, hasta comprender exactamente lo que pide y las operaciones y relaciones de los datos con la incógnita.

1. Completa las siguientes proposiciones, todas relativas a la misma incógnita:

A un número desconocido lo puedo llamar _____; Si quiero expresar otras cantidades relacionadas con ese número, las escribo de la manera siguiente:

el triple de ese número ________; el doble ______; 6 veces el número _____

la mitad ________; la cuarta parte ________; los 5/7 del número __________

el 12% del número_________; el 65% _________; el 3% ___________;

el número aumentado en 12________; el número menos 15 unidades__________

La diferencia entre ese número y 40__________;

Los 3/5 del número más 24 _______________

El doble de lo que resulta al aumentarle 5 al número _____________________

El resultado de sumarle 18 al triple del número __________________________

La suma del número con la mitad de su triple ___________________;

La tercera parte del número menos la cuarta parte del mismo ________________

Lo que le falta a ese número para ser igual a 100 _________________________

Cuando aparecen dos incógnitas que están relacionadas entre sí, es posible utilizar una sola letra para una de ellas y expresar la otra a partir de la relación.

Por ejemplo: Si el problema dice que la suma de dos números es 53, yo puedo llamar **x** al primer número, y en consecuencia, **53 - x** será el segundo.

2. Completa: Si la suma de dos números es 80 y llamo **n** al mayor de ellos, entonces:

El otro número es ________;

La diferencia de los dos números es ________________________;

El producto de los dos números es __________________________;

El cociente del mayor dividido por el menor es _____________;

3. Escribe una expresión para cada una de las siguientes cantidades:

a) La parte más pequeña de 50 si la parte mayor es **t** ________

b) El costo total de **n** artículos a 135 pesos cada uno________

c) El costo total de 34 artículos a **y** pesos cada uno_________

d) El costo de **n** artículos si 3 de ellos valen 100 pesos_____

e) La suma de **a** y **b** dividida por el producto de **a** y **b**________

f) Cinco veces la suma de **3x** y **2m** ________________

g) El producto de **m** y **n** dividido por el doble de su suma ____

4. Cuatro números enteros son consecutivos. Si **n** es el segundo de ellos en orden ascendente:

El primero es ______; El tercero es _____;el cuarto es_______

La suma de los cuatro es _______;

El producto del primero por el último es _________;

La diferencia entre el primero y el tercero es _______;

TALLER No.12
Tema: **Ecuaciones de Primer Grado** FECHA________________

Este taller tiene gran importancia porque es el que da las reglas de solución de ecuaciones de primer grado. Léelo hasta que comprendas todo perfectamente. Luego practica con los ejercicios.

Una ecuación es una igualdad en la cual se desconoce uno o más números.

Si en una expresión algebraica no aparece el signo igual (=), tal expresión NO es una ecuación.

Los siguientes son ejemplos de ecuaciones:

a) $x + 5 = 12$; b) $3x+2y = 20$; c) $4x^2-16 = 0$; d) $5z=4y$; e) $2x-1 = x+3$

Las letras que representan los números desconocidos se llaman "INCÓGNITAS" de la ecuación.

Los términos que no tienen incógnita se llaman "TÉRMINOS INDEPENDIENTES"

Los coeficientes de las incógnitas y los términos independientes son las CONSTANTES de la ecuación.

Completa:

1. Las incógnitas de las ecuaciones del ejemplo anterior son:

   a)____; b)_______; c)______; d)________; e)________

2. Los términos independientes de esas mismas ecuaciones son:

   a)________; b)_______; c)_________; d)________; e)________

Resolver una ecuación es encontrar el valor de las incógnitas. Al remplazar ese valor encontrado, debe resultar el mismo número a los dos lados del signo igual. De esta forma se comprueba que se hizo bien. No es necesario tener respuestas en un libro. Basta reemplazar los números encontrados para saber si cumplen.

Por ejemplo: la ecuación $\mathbf{x + 5 = 12}$ tiene como solución $\mathbf{x = 7}$ porque al reemplazar la x de la ecuación por el número 7 resulta una igualdad que es:

$$\mathbf{7 + 5 = 12}$$

Las ecuaciones sirven para resolver problemas. Por ejemplo: si se sabe que el doble del dinero de Juan más $4.000 suman $10.000 podemos encontrar la cantidad de dinero que tiene Juan usando la ecuación $2x + 4.000 = 10.000$ y resolviéndola.

3. Intenta resolver la ecuación anterior:___________________________________

____

ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA:

Cuando en una ecuación solamente hay un número desconocido y la potencia de la letra que lo representa, esto es de la incógnita es 1, se dice que la ecuación es de primer grado con una incógnita. Los ejemplos (a) y (e) de la página anterior son ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Reglas para resolver ecuaciones de primer grado

Primera regla: Cualquier término que se pase de un lado al otro del igual cambia de signo. (Recuerda lo que significa *término*)

Segunda: Observar que exista el signo = entre las dos partes de la ecuación; comprobar que en todos los términos la incógnita no tenga grado mayor que 1 ni esté en el denominador ni haya varias incógnitas.

Tercera: Pasar todos los términos que tengan incógnita al lado izquierdo de la ecuación y los términos independientes al otro lado.

Cuarta: Sumar los términos de cada lado de la ecuación. Si desaparece la incógnita porque se anulan sus coeficientes y el término independiente NO es 0 entonces la ecuación es **imposible**. Como en: $x + 2 = 5 + x$

Quinta: Si al final un número distinto de 0 multiplica a la incógnita, se pasa dividiendo al otro lado (sin cambiar de signo porque no es un término). Si un número divide a la incógnita se pasa multiplicando al otro lado (con su mismo signo).

Sexta: Se debe comprobar siempre la solución, reemplazando en la ecuación inicial. Si no cumple la igualdad, hay error y debe volverse a hacer todo.

Ejemplo: Resolver la ecuación $3x + 6 = 12 + \frac{1}{2}x + 4$

- Pasamos las x al lado izquierdo y los números al derecho, cambiándoles de signo a los que se pasan de un lado para otro:

$$3x - \frac{1}{2}x = 12 + 4 - 6$$

- Sumamos los términos semejantes en los dos lados: 3x - 1/2x = (5/2)x

$$\frac{5}{2}x = 10$$

- El 5 multiplica a x, entonces pasa a dividir a 10; el 2 divide a x entonces pasa a multiplicar a 10:

$$x = (10\cdot 2)/5$$

- Escribimos la respuesta:

$$x = 4$$

- Comprobamos reemplazando en la ecuación inicial: (hacemos x=4)

$$3\cdot x + 6 = 12 + \frac{1}{2}x + 4$$

$$3.4 + 6 = 12 + \frac{1}{2}4 + 4$$

$$12 + 6 = 12 + 2 + 4$$

$$18 = 18$$

Luego la solución de la ecuación $3x + 6 = 12 + \frac{1}{2}x + 4$ es <u>x = 4</u>

6. Resolver y comprobar la solución de las siguientes ecuaciones:

a) $3x + 8 = 29$ ____________________

____

b) $2y - 5 + 3y = 25 + \frac{13}{3}y$ ____________________

____

TALLER No.13

Tema: **Problemas de ecuaciones de Primer Grado** FECHA________________

En los tres primeros problemas, voy a ayudarte con sugerencias para que puedas plantear la ecuación. Después lo harás solo.

Problema 1.
Si sumamos 12 a la mitad de un número obtenemos 27. ¿Cuál es el número?

Llamo _____ al número que voy a buscar.

La mitad de ese número será _______

Le añado 12 a esa mitad y queda ________

Todo eso es igual a 27. Entonces escribo la ecuación ____________ = ________

Resuelvo la ecuación: ____

____

Compruebo la ecuación: ____

Entonces el número buscado es ___________

Problema 2.
La suma de los 2/3 de un número con los 3/4 del mismo número es 17. Hallar el número.

Llamo _______ al número

Los 2/3 del número se escriben ______ y los 3/4 del número se escriben _______

La suma de los dos términos anteriores es 17. La ecuación: ___________=_____

Resuelvo la ecuación ____

____

Compruebo __________________________. El número buscado es _________

Problema 3. La diferencia de dos números es 14 y el número menor menos 2 unidades es igual a los 2/3 del número mayor. Hallar los números.

Leo dos veces más el problema hasta entenderlo. Pienso en números que tengan una diferencia de 14, como ______ y _____, _______ y _____, _______ y _____

Me conviene llamar _____ al número menor (porque es al que hay que restarle algo)

Entonces el número mayor es __________ (Recuerda lo que dice de la diferencia)

Ahora escribo el número menor menos 2 __________

También los 2/3 del número mayor __________

Las dos expresiones anteriores, según el problema, son iguales. Entonces tengo

la ecuación ______________ = _____________

Resuelvo la ecuación ____

La solución es ________ que corresponde al número ________

Entonces el otro número es _________

Compruebo en el enunciado del problema: diferencia de los números _________;

número menor -2 :________, ¿es igual a 2/3 del número mayor: _________?

¿Sí? Entonces los dos números que buscábamos son ___________

Ahora plantea, resuelve y comprueba en tu cuaderno los siguientes problemas. (Piensa antes de preguntar, pero puedes preguntar)

4. Si a un número le sumas 5 y el resultado lo multiplicas por 2, obtienes 2 unidades menos que 5 veces el número. ¿Cuál es el número?

5. Dos quintas partes del capital de una Empresa más $80 millones que le deben son iguales a 120 millones. ¿Cuál es el capital de la empresa?

6. La finca de Luis tiene 20 árboles más que la mitad de los árboles de la finca de Juan. Si entre las 2 tienen 300 árboles, cuántos hay en cada una?

7. El doble de la edad de Tere más 15 años es igual a la edad de Don Pepe que es 8 años menos que el triple de la edad de Tere. ¿Cuáles son las edades?

TALLER No.14
Tema: **Problemas de ecuaciones de Primer Grado** FECHA________________

Continúa planteando, resolviendo y comprobando problemas de ecuaciones.

1. Un señor invirtió cierta cantidad de dinero en una tienda. Al final del año hizo las cuentas y encontró que las mercancías existentes tenían un valor total de $500.000 y que sumadas con $ 220.000 que le debían daba en total 5/4 del dinero inicial. ¿Cuánto dinero invirtió? ¿Cuánto dinero ganó en el año?

2. Cuatro veces la medida de un palo más 80 centímetros da igual que la altura de una puerta que mide 3 metros. ¿Cuánto mide el palo?

3. Pedro tiene la mitad de las maras que tiene Juan y Juan tiene la mitad de las que tiene Luis. Si entre los tres reúnen 105 maras, ¿cuántas tiene cada uno?

4. Un número es 16 unidades menor que otro. La suma de los dos números es 50. Hallar los dos números.

5. Ocho veces un número es 10 unidades más que seis veces el mismo número. Hallar el número.

6. Si el 12% de un número se resta del mismo número el resultado es 396. Hallar el número

7. Una barra de 80 cm. de longitud se corta en dos pedazos, uno de ellos 6 cm, más largo que el otro. Hallar la longitud de los pedazos.

8. La suma de tres números es -3. El segundo es la mitad del primero y el tercero es 28 menos que el primero. ¿Cuáles son los tres números?

9. Hallar dos números que sumados dan 13 y restados dan 4.

10. El perímetro de un triángulo isósceles mide 84 cm y la longitud de uno de los lados iguales es 2/3 de la longitud de la base del triángulo. Hallar las medidas de los lados.

11. El perímetro de un terreno rectangular es de 490 metros. Su longitud es 70 metros menor que el doble de su ancho. Hallar sus dimensiones.

12. La suma de dos números es 83 y su diferencia es 7. Hallar los números.

13. La edad de Luis es 5/8 de la de su padre y sumadas dan 55 años. Hallar las edades.

14. La diferencia de dos números es 9 y la diferencia entre la tercera parte del mayor y la cuarta parte del menor es 8. Hallar los números.

15. El 80% de los estudiantes de un colegio de 500 alumnos son hombres. ¿Cuántas niñas deben ingresar para que el porcentaje de hombres se baje al 40%?

16. ¿Cuántos litros de agua pura hay que revolver a 1.000 litros de un fumigante que está al 40% para rebajarlo al 22%?

17. Un montoncito de 15 monedas de 10 y 25 pesos tiene un valor total de 225 pesos. ¿Cuántas monedas hay de cada clase?

18. El numerador de cierta fracción es 5 unidades mayor que el denominador. Si el numerador se disminuye en 9 y el denominador se aumenta en 1, la fracción que resulta es igual a 1/2. ¿Cuál es la fracción?

19. Una persona compró estampillas de $60 y de $100 por un valor de $4.860. En conjunto compró 55 estampillas.¿Cuántas compró de cada clase?

20. El ingreso total en un partido de fútbol fue de $11’993.000. Los boletos de adulto costaban $15.000 y los de niño $8.000 ¿Cuántos boletos de cada clase se vendieron si en total fueron 919 boletos?

21. Un millonario tejano compró 20 carros nuevos, de los cuales 17 eran Cadillac y los otros Volkswagen. Cada Cadillac costó cuatro veces lo que un Volkswagen y en total pagó 1’313.500 dólares. ¿A cómo compró cada carro?

22. Una hacienda de $90’000.000 se dividió entre una madre, un hijo y una hija. Los términos del testamento especificaban que la hija debía recibir $10’000.000 más que el hijo y la madre el doble de lo del hijo. ¿Cuánto recibió cada uno?

23. Cierto país prohibe la exportación de su vino a menos que contenga exactamente 12% de alcohol. Un exportador encuentra que tiene 1.000 litros con solo 10% de alcohol. ¿Cuántos litros de vino con el 16% de alcohol debe añadir a sus 1.000 litros para obtener el vino de la calidad exportable? ¿Cuántos litros podrá exportar?

24. El costo de un melón es 17/20 del costo de una piña. Se compraron 30 melones y 27 piñas por $52.500. A cómo se compró cada fruta?

TALLER No.15

Tema: **Problemas de ecuaciones de Primer Grado** FECHA________________

¿Te gustan los problemas? Enfrenta estos:

1. El señor Pérez invirtió $170'000.000 en dos entidades diferentes. La entidad A le paga intereses del 3% mensual y la B del 4% mensual. Si en total recibe mensualmente $5'560.000 de intereses. ¿Cuánto dinero invirtió en cada una de las entidades?

2. Cierta solución contiene 16% de alcohol.¿Cuántos litros de agua pura hay que agregar a 30 litros de la solución para obtener una solución al 12,5% de alcohol?

3. Un tren viaja a razón de 35 kilómetros por hora por terreno montañoso y a 60 km por hora por terreno plano. Su tiempo entre las ciudades A y B que distan 139 km fue de 3 horas y 24 minutos. ¿Cuántas horas viajó por terreno montañoso?

4. Juan salió de su casa a las 7 a.m. caminando a razón de 3 km por hora hacia un pueblo cercano. Luisa su hermana, salió tras él a las 8 a.m. en su bicicleta a razón de 12 km por hora. Si el pueblo está a 5 km de la casa, ¿a qué distancia del pueblo lo alcanzó?

5. Un joven monta su bicicleta loma abajo, hacia la tienda, a una velocidad de 15 km por hora; demora 10 minutos mientras hace la compra y regresa loma arriba a 5 km por hora. Si el tiempo total que gastó fue de 18 minutos ¿a qué distancia está su casa de la tienda?

6. De un número de dos cifras se sabe lo siguiente: el dígito de las decenas es mayor que el de las unidades; la diferencia entre los dos dígitos es 4; el número mismo aumentado en 7 unidades es igual a 8 veces la suma de sus dígitos. Hallar el número.

7. La suma de los dígitos de un número de 2 cifras es 15. El número que se obtiene al intercambiar los dígitos es 27 unidades menor que el número inicial. Hallar el número inicial.

8. Los requisitos de cierta zona residencial especifican que cada terreno rectangular debe tener el ancho igual a la mitad del largo y que el perímetro del lote debe ser de 480 metros. ¿Cuáles son las dimensiones de cada lote?

TALLER No.16
Tema: **Factorización** FECHA________________

Cuando tienes una expresión como **a(b+c)** y a partir de ella llegas al polinomio **ab + ac,** haces una **multiplicación**.

Si tienes el polinomio **ab + ac** y a partir de él llegas a la expresión **a(b+c)**, entonces haces una **factorización**.

multiplicar

$$a(b+c) \quad = \quad ab + ac$$

factorizar

Factorizar es encontrar los factores. Por ejemplo, en aritmética decimos que los factores primos de 6 son 2 y 3 porque $2 \cdot 3 = 6$

En álgebra se trata de factorizar polinomios. Esto significa encontrar dos o más expresiones cuyo producto sea igual a un polinomio dado.

1. Comprueba si cada una de las siguientes factorizaciones es correcta:

Escribe V, ó, F en la raya, según corresponda

$35a^2b + 14a^3b^2 - 21a^3 = 7a^2(5b + 2ab^2 - 3a)$ _____

$18x^2y - 9mxy + 12bxy^2 = 3xy(6x - 3m + 4by)$ _____

$20a^3xy + 25a^2x^2z^2 - 10a^4x + 5a^2x = 5a^2x(4ay + 5xz^2 - 10a^2 + 1)$ _____

$abc + ab + ac + bc = a(a+b+c)$ _____

$15mn + 10am + 30amn - 5m = 5m(3n + 2a + 6an)$ _____

$7x^7 + 5x^5 + 3x^3 - 12x^2 + x = x(7x^6 + 5x^4 + 3x^2 - 12x + 1)$ _____

Para factorizar un polinomio, se puede comenzar buscando un **factor común**:

Para buscar un factor común :

Se mira si hay una o más letras que aparezcan en todos los términos del polinomio.

Se examinan los exponentes de cada una de esas letras a ver cuál es el más pequeño.

Se observan los coeficientes de todos los términos a ver si tienen un divisor común diferente de 1.

El factor común está formado por: el M.C.D de los coeficientes (cuando es 1 se omite), seguido por las letras que aparecen en todos los términos del polinomio, con el exponente más pequeño que tengan.

Los factores en este caso son: el factor común y un polinomio que se coloca entre paréntesis, que es el factor polinomial.

El factor polinomial está formado por los cocientes de cada uno de los términos al dividirlos por el factor común.

Veamos un ejemplo:

Factorizar el polinomio: $12x^3 y^2 z + 18 x^2 y^4 m - 36 x^2 y z - 6x^2 y$

Comenzamos a buscar un factor común:

Vemos que las letras x, y, aparecen en todos los términos del polinomio.

El menor exponente de x es 2 y el menor exponente de y es 1

El M:C:D: de 12,18,36 y 6 que son los coeficientes del polinomio, es 6

Por tanto el factor común es $6x^2 y$. Para hallar el factor polinomial, vamos dividiendo cada término por $6x^2 y$ nos queda: $2xyz + 3y^3 m -6z -1$

De modo que la factorización es: $\mathbf{6x^2 y (2xyz + 3y^3 m - 6z -1)}$

Así: $\boxed{12x^3 y^2 z + 18 x^2 y^4 m - 36 x^2 y z - 6x^2 y = 6x^2 y (2xyz + 3y^3 m - 6z -1)}$

2. Practica el proceso anterior con todos los polinomios del ejercicio 1.

TALLER No.17

Tema: **Factorización** FECHA________________

Ejercicios de factorización de polinomios que tienen un factor común.

1. Encontrar el mayor factor común y factorizar el polinomio:

$21\,x^3 y + 35\,x^2 y^2$ = ____

$38a^3\,b - 19\,a\,b^3$ = ____

$3m^2\,p^4 - 5\,m\,p^5$ = ____

$105\,m\,x^3 + 45\,m^2\,x - 30\,m^2\,x^2$ = ____

$4\,a^3\,b^3 - 8\,a^2\,b^5 + 12\,a^2\,b^3\,c^3$ = ____

2. Considerar cada expresión entre paréntesis como si fuera una letra. Encontrar el mayor factor común y factorizar el polinomio.

$6m(a+b) - 9n(a+b) + 3(a+b)$ = ____

$10\,a^3\,(x+y) - 15\,a\,x^2\,(x+y) - 25\,a\,y^2\,(x+y)$ = ________________________________

$39\,a\,x^3\,(a^2 - b) + 26\,b\,x^2\,(a^2 - b)$ = ____

$40\,p^2\,(m^2 + 3n^3) - 16\,q\,(m^2 + 3n^3) + 8(m^2 + 3n^3)$ = ___________________________

$9a^3\,b\,(x+y) - 6a^2\,b\,xy(x+y)$ = ____

3. Inventar 10 multiplicaciones. Después de hacerlas, factorizar el resultado, sin mirar la multiplicación inicial. Comparar.

TALLER No.18

Tema: **Factorización por agrupación** FECHA________________

Si en un polinomio que tiene más de 3 términos no existe ninguna letra que aparezca en todos los términos, entonces conviene intentar la factorización agrupando los términos del polinomio inicial en dos polinomios tales que cada uno tenga un factor común:

Por ejemplo: factorizar 6am - 5bn + 10bm - 3an

No hay ninguna letra común. Agrupamos en dos polinomios, por ejemplo, los términos que tienen **m** en uno y los que tienen **n** en otro: nos queda:

6am + 10bm -5bn - 3an

En los 2 primeros el factor común es **2m** y en los otros 2 es **- n**

Factorizamos cada polinomio por separado y tenemos: 2m(3a + 5b) - n(5b + 3a)

Ahora aparece un nuevo factor común que es lo quedó entre paréntesis: (3a+5b)

Volvemos a factorizar y nos queda: (3a+5b)(2m-n)

De forma que: $\boxed{6am - 5bn + 10bm - 3an = (3a+5b)(2m-n)}$

Se dice que el polinomio se factorizó por agrupación. porque se comienza agrupando los términos del poliomio inicial.

1. Inventa (por el reverso de la hoja) 4 multiplicaciones de dos polinomios. Multiplícalos. Escribe cada uno de los resultados al comienzo de un renglón. Después sin mirar las multiplicaciones iniciales, factoriza los polinomios que están en los renglones. Compara para comprobar.

____

____

____

____

2. Factoriza los siguientes polinomios por el método de agrupación de términos.

$5ax + 21bx + 14by - 5a - 7b + 10ay =$ ________________________________

$3xz + 3yz - 4x - 4y =$ ________________________________

$7 + abxy + 7ax + by =$ ________________________________

$ax - ay + az - bx + dy + by - dx - bz + cx - cy + cz - dz =$

____

$m^2 nx + ay^2 z + ax + m^2 ny^2 z =$ ________________________________

3. Factoriza los siguientes polinomios por alguno de los métodos que conoces, siempre que sea posible:

$3a - 2ax - 2b + 4bx + 5c - 10cx =$ ________________________________

$12x^2 - 30x - 6xy + 15y + 8x - 20 =$ ________________________________

$an - 5a^2 + ac - 2cn + 10ac - 2c^2 + mn - 5am + mc$

____

$32x z - 56 m n + 25 xz - 23 =$ ________________________________

$24x^6 y^2 + 27x^5 y^6 - 9x^5 y^2 =$ ________________________________

$200axy - 500xy + 14a - 35 =$ ________________________________

$2zx + 5yz - 4ax + 7bz - 7 =$ ________________________________

TALLER No.19
Tema: **Factorización de Productos Notables** FECHA________________

Los productos notables que conoces pueden presentarse a la inversa: En lugar de encontrar el producto, se trata de encontrar los factores.

1. Revisa tus talleres de productos notables y escribe frente a cada polinomio los factores. (al multiplicarlos debe resultar el polinomio)

$a^2 + 2ab + b^2 =$ ______________________________

$a^2 - 2ab + b^2 =$ ______________________________

$a^2 - b^2 =$ _________________________

$9x^2 y^2 - 12axy + 4a^2 =$ ___________________________

$9x^2 y^2 + 12axy + 4a^2 =$ _________________________

$9x^2 y^2 - 4a^2 =$ ___________________________

$4a^2 - 9x^2 y^2 =$ ___________________________

$16m^2 - 8m + 1 =$ ___________________________

$16m^2 + 8m + 1 =$ ___________________________

$16m^2 - 1 =$ ___________________________

$1 - 16m^2 =$ ___________________________

TALLER No.20
Tema: **Factorización del Trinomio de segundo grado** FECHA________________

1. Escribe V o F en el paréntesis de la derecha, según corresponda.

a) $6x^2+5x-4 = (2x-1)(3x+4)$ ( )

b) $x^2+5x+6 = (x+3)(x+2)$ ( )

c) $x^2+8x-12 = (x+6)(x-2)$ ( )

d) $x^2-3x+2 = (x-1)(x-2)$ ( )

e) $2x^2-x-3 = (2x-3)(x+1)$ ( )

f) $x^2+2x-3 = (x+3)(x-1)$ ( )

g) $4x^2+5x-4 = (2x-4)(2x+1)$ ( )

h) $18x^2+5x+3 = (6x+1)(3x+2)$ ( )

i) $15x^2-x-28 = (3x+4)(5x-7)$ ( )

Reglas para factorizar un trinomio de 2º grado

Se comienza por ordenar el trinomio en la forma usual. Si el coeficiente de x^2 es negativo, se cambian todos los signos y se deja por fuera el signo menos. Trabajaremos solamente un caso. Los otros casos los puedes encontrar muy explicados en cualquier texto tradicional de Algebra.

Caso 1. Cuando **a = 1** El trinomio de es de la forma : **$x^2 + bx + c$**
(b, c, pueden ser positivos, negativos o cero)

En este caso se preparan los paréntesis así: (x)(x) y se miran los coeficientes b, c del trinomio. Se buscan dos números que multiplicados den c y sumados den b. (Recuerda las reglas de los signos tanto para la suma como para la multiplicación)

Si se encuentran los dos números con esas propiedades, entonces se escriben con su signo a continuación de la x, uno en un paréntesis y otro en el otro.
Por ejemplo: Factorizar el trinomio $x^2 + 2x - 15$
Buscamos dos números que multiplicados den -15: tienen que ser uno positivo y otro negativo. Además sumados tienen que dar +2, luego el que lleve el signo más tiene que ser mayor que el del signo -.

Las posibles descomposiciones de 15 son 15 y 1, y, 5 y 3 combinando los signos.

La pareja que nos sirve es 5 y -3, (le ponemos el negativo a 3 para que se cumpla que la suma sea 2).

Entonces: $\boxed{x^2 + 2x - 15 = (x + 5)(x-3)}$

No siempre se puede factorizar así un trinomio de segundo grado como éste, pero como es fácil, siempre se intenta. Es necesario probar que sí se cumplen las dos condiciones con signos y todo.

2. Factoriza por el método que acabamos de estudiar los siguientes trinomios de segundo grado. Comprueba tus respuestas. Si no encuentras los números, escribe "no encuentro los números apropiados" frente al trinomio.

a) $x^2 - 8x - 20$ = ______________________________

b) $x^2 +24x + 144$ = ______________________________

c) $x^2 -3x + 2$ = ______________________________

d) $x^2 +18x + 81$ = ______________________________

e) $x^2 -5x - 14$ = ______________________________

f) $x^2 +3x - 28$ = ______________________________

g) $x^2 -5x -66$ = ______________________________

h) $x^2 -19x - 66$ = ______________________________

i) $x^2 -20x + 91$ = ______________________________